

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DES MOTEURS SYNCHRONES
MONOPHASÉS

THÈSE N° 2023 (1999)

PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT D'ÉLECTRICITÉ

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

CHRISTIAN KÖCHLI

Ingénieur électricien diplômé EPF
originaire de Mühleberg (BE)

acceptée sur proposition du jury :

Prof. M. Jufer, directeur de thèse
Prof. H. Bleuler, corapporteur
Dr. E. Favre, corapporteur
Prof. J.-M. Kaufmann, corapporteur

Lausanne, EPFL
1999

*Et quand j'aurais le don de prophétie,
la science de tous les mystères et toute
la connaissance, ..., si je n'ai pas
l'amour, je ne suis rien.*

I Cor. 13 v. 2

Je tiens à exprimer ma vive reconnaissance à toutes les personnes qui ont contribué à ce travail.

Mes remerciements vont en premier lieu au Professeur Marcel Jufer pour ses conseils et ses remarques et pour m'avoir permis de passer ces quelques années au sein de la joyeuse équipe du LEME.

Je pense également à mes collègues qui par leur disponibilité et leurs encouragements ont pris une part active à la réalisation de cette étude. Je tiens à remercier particulièrement :

Beat Arnet, pour m'avoir transmis sa motivation de finir cette thèse au plus vite et pour son amitié ;

Frédéric Bonvin, pour la réalisation d'une électronique de commande du moteur sans capteur ;

Pierre Descombaz, pour la construction d'un prototype de moteur bipolaire à rotor externe.

Des remerciements tout particuliers vont à ma femme Sonia pour sa patience, pour les heures passées à relire mon manuscrit et pour ses encouragements incessants tout au long du travail.

Je dédie cette thèse à mes parents qui n'ont jamais cessé de me soutenir tout au long de mes études dont ce travail est l'aboutissement.

RÉSUMÉ

Les performances du moteur synchrone à aimants permanents auto-commuté lui permettent de remplacer avantageusement le moteur à courant continu pour un grand nombre d'applications. L'absence d'usure liée au collecteur compense la nécessité d'une électronique de commande dans la plupart des cas. Afin de diminuer les coûts liés à la fabrication et à l'électronique de ce moteur, des variantes de type monophasé ont été imaginées et développées. Les moteurs de ce type ne possèdent en général qu'une bobine et il suffit de quatre transistors pour les piloter. On peut envisager de réduire ce nombre à deux ou même à un seul.

Le couple mutuel des moteurs monophasés ne leur permet toutefois pas de démarrer à partir de n'importe quelle position du rotor. Ces moteurs doivent donc être conçus pour que leur couple dû à l'aimant seul garantisse l'arrêt en des positions déterminées. La forme du couple dû à l'aimant seul ainsi que son déphasage avec le couple mutuel sont des points clés de la conception des moteurs synchrones monophasés.

Afin de déterminer ces grandeurs, l'induction dans l'entrefer du moteur doit être bien connue. Un modèle en grande partie analytique a donc été développé pour y parvenir. Ce modèle permet de calculer l'induction dans l'entrefer d'un moteur non saturé avec une précision égale à celle d'un calcul par éléments finis. A partir de cette induction, le couple réactif a également été déterminé de manière satisfaisante. Cette méthode peut être appliquée à tout type de moteur dont les aimants sont magnétisés de manière radiale ou parallèle.

Les méthodes de calcul ont été appliquées à une structure bipolaire à rotor externe. L'étude complète de ce type de moteur a été effectuée. Une méthode de conception s'appuyant sur un algorithme d'optimisation non-linéaire a été mise au point. Cette méthode permet d'arriver rapidement

à un résultat optimal.

L'alimentation du moteur a également été étudiée. Une modélisation de l'allure du courant dans la phase a permis de tracer la caractéristique couple-vitesse du moteur. Le moteur peut être commuté en utilisant divers types de capteurs qui ont été comparés entre eux. Une méthode de commutation "sans capteur" est également présentée.

Un prototype bipolaire à rotor externe a été construit afin de valider les résultats obtenus de manière théorique. Ce prototype a été réalisé en accordant une attention particulière à la réduction de ses oscillations de couple.

ABSTRACT

Permanent magnet synchronous motors outperform their DC equivalent for a large number of applications. The absence of wear related to the collector generally compensates for the need of commutation electronics. Furthermore, in order to reduce the costs of manufacturing and electronics, single-phased solutions have been imagined and developed. In most cases, motors of this type are built with only one coil and four transistors are needed to drive them. The numbers of these transistors, however, can be reduced to two or even to one.

The mutual torque of single phase motors doesn't allow them to start from every position of their rotor. The motor must be designed to have a detent torque, which ensures that the rotor stops in given positions. The amplitude of the detent torque and its shift with the mutual torque are key points in the design of single phase synchronous motors.

In order to determine these torques, the induction in the air-gap of the motor has to be well-known. In the present study, this has been achieved with a mainly analytical model. The computation of the induction in the air-gap of an unsaturated motor is done with a precision which is equivalent to finite element analysis. Based on the calculated induction, the detent torque then can be determined with a good precision. This method can also be applied to any other type of motors with magnets either radially or parallel magnetized.

The developed methods of calculation have been applied to a bipolar structure with external rotor. A thorough study of this type of motors has been undertaken. A design method using a nonlinear optimization algorithm has been developed. This method provides optimal design parameters in a very short amount of time.

The motor driver has also been studied. A model of the phase current

allowed for the determination of the torque-speed characteristic of the motor. The motor can be commutated using several types of sensors, which have been compared. A sensorless method has also been presented.

For an experimental verification of the developed methods and theory, a bipolar prototype with external rotor has been manufactured. This prototype has been designed with special attention to the reduction of its torque oscillations.

TABLE DES MATIÈRES

1. Introduction	1		
1.1 Introduction	1		
1.2 Principe de fonctionnement	2		
1.3 Exemples de réalisations	4		
1.3.1 Moteurs bipolaires	4		
1.3.2 Moteurs à griffes	7		
1.3.3 Autres variantes	8		
1.4 Objectifs de l'étude	9		
2. Couple réluctant	11		
2.1 Introduction	11		
2.2 Modélisation de l'aimant	12		
2.2.1 Introduction	12		
2.2.2 Équations de Maxwell en magnétostatique	13		
2.2.3 Matériaux magnétiques	13		
2.2.4 Caractéristique de l'aimant	14		
2.2.5 Méthode des courants équivalents	15		
2.2.6 Calcul du potentiel magnétique	17		
2.2.7 Calcul du potentiel magnétique dans une géométrie cylindrique simple	17		
2.2.8 Calcul du potentiel magnétique dû aux aimants	27		
2.3 Modélisation de l'entrefer - calcul du couple	36		
2.3.1 Introduction	36		
2.3.2 Schéma magnétique équivalent - perméance infinitésimale	36		
2.3.3 Effet des encoches dans un entrefer sans aimant	39		
2.3.4 Modélisation par différences finies	44		
2.3.5 Effet de l'encoche dans un entrefer avec aimant	46		
2.3.6 Calcul du couple	48		
2.4 Conclusion	52		
3. Moteur bipolaire à rotor externe	55		
3.1 Introduction	56		
3.2 Caractéristiques du moteur	58		
3.2.1 Expression générale du couple mutuel	58		
3.2.2 Couple mutuel du moteur bipolaire	60		
3.2.3 Calcul du flux	62		
3.2.4 Inductance propre	67		
3.2.5 Effet de la perméabilité relative finie du fer	68		
3.2.6 Effet des pertes fer	71		
3.2.7 Échauffement	71		
3.3 Dimensionnement	73		
3.3.1 Introduction	73		
3.3.2 Cahier des charges	73		
3.3.3 Méthode classique	74		
3.3.4 Choix de la dissymétrie	78		
3.3.5 Épaisseur des culasses et épanouissements polaires	83		
3.3.6 Résistance	84		

3.3.7	Caractéristiques du moteur	87
3.4	Optimisation non-linéaire	88
3.4.1	Introduction	88
3.4.2	Application de la méthode	90
3.5	Conclusion	90
4.	Alimentation	93
4.1	Introduction	93
4.2	Modes de fonctionnement	96
4.2.1	Alimentation en courant	97
4.2.2	Alimentation en tension	97
4.2.3	Oscillations de couple	104
4.3	Mesure de position	107
4.3.1	Sonde de Hall analogique	107
4.3.2	Capteurs bistables	108
4.3.3	Spires de mesure	110
4.3.4	Capteurs indirects	112
4.4	Régimes transitoires	115
4.4.1	Introduction	115
4.4.2	Modélisation	115
4.4.3	Démarrage	118
4.5	Conclusion	120
5.	Exemple de réalisation	123
5.1	Introduction	123
5.2	Choix et optimisation	125
5.3	Essais	127

5.3.1	Tension induite	129
5.3.2	Caractéristiques statiques	131
5.3.3	Caractéristique couple-vitesse	134
5.3.4	Oscillations de couple	136
5.4	Conclusion	139
6.	Conclusion	141
	Annexes	145
A.	Effet de la perméabilité de l'aimant sur le potentiel magnétique	147
A.1	Introduction	147
A.2	Équations pour un moteur à rotor interne	147
A.2.1	2p bobines	148
A.2.2	Potentiel magnétique dû aux calottes	148
A.2.3	Potentiel magnétique dû aux surfaces latérales	148
A.3	Équations pour un moteur à rotor externe	148
A.3.1	2p bobines	149
A.3.2	Potentiel magnétique dû aux calottes	149
A.3.3	Potentiel magnétique dû aux surfaces latérales	149
B.	Méthodes alternatives	151
B.1	Introduction	151
B.2	Perméance interne et potentiel magnétique de l'aimant	151
B.3	Cas particulier : moteur bipolaire	153
B.4	Tenseur de Maxwell	156

C. Données techniques des moteurs cités en exemple	159
C.0.1 Moteur 3	159
D. Liste des symboles	165

1. INTRODUCTION

Sommaire

1.1	Introduction	1
1.2	Principe de fonctionnement	2
1.3	Exemples de réalisations	4
1.3.1	Moteurs bipolaires	4
1.3.2	Moteurs à griffes	7
1.3.3	Autres variantes	8
1.4	Objectifs de l'étude	9

[Table des matières]

1.1 Introduction

L'apparition sur le marché d'aimants de bonne qualité et de faible coût ainsi que les progrès réalisés dans le domaine de l'électronique ont permis le développement des moteurs synchrones à aimants. Ces moteurs remplacent avantageusement les moteurs à courant continu dont la durée de vie est limitée par le frottement des balais. Afin de diminuer les coûts de fabrication de ces moteurs à aimants, une solution monophasée a été envisagée. Cette solution a l'avantage de n'avoir la plupart du temps qu'une bobine et de nécessiter au plus quatre transistors. Ces qualités font du moteur synchrone monophasé une solution idéale pour des applications de petites puissances et de faible coût. Parmi elles, citons :

- petites pompes ;
- ventilateurs ;
- péri-informatique ;
- électroménager.

Cette liste n'est de loin pas exhaustive. On citera encore les applications horlogères ainsi que les affichages à palettes pour lesquels ce moteur est utilisé en mode pas-à-pas. Dans cette étude, nous nous limiterons au moteur de type synchrone et laisserons de côté les variantes de type réductant polarisé.

Il est possible de démontrer qu'un moteur alimenté par une seule phase ne peut pas démarrer tout seul [5]. D'autre part, ce moteur n'a pas de sens de rotation défini. Il s'agit donc de trouver un artifice pour permettre au moteur de démarrer et de tourner dans un sens déterminé à l'avance. Cet artifice peut être :

- une dissymétrie dans la géométrie du stator ;
- une zone saturable ;
- une spire en court-circuit ;
- un aimant auxiliaire.

Ces solutions sont présentées dans [4]. Dans ce qui suit, nous nous attarderons plus particulièrement sur les différentes réalisations possibles pour une solution à dissymétrie ou à zone saturable et nous laisserons de côté celles à aimant auxiliaire ou à spire en court-circuit. L'encombrement ou le rendement de ces dernières solutions est nettement moins bon.

Dans ce qui suit, on emploiera le terme "couple réductant" pour désigner le couple dû à l'aimant seul. Ce couple est appelé aussi parfois "couple de détente" ou "couple de positionnement". Il ne peut y avoir de confusion avec le couple dû à l'interaction du potentiel magnétique créé par la bobine avec la réductance variable du rotor car celui-ci est quasiment nul dans les moteurs étudiés.

1.2 Principe de fonctionnement

Il est nécessaire d'introduire une dissymétrie dans la géométrie d'entrefer afin que le moteur puisse démarrer comme le montre la figure 1.1. Cette figure montre les caractéristiques de couples statiques mutuel et réductant pour deux moteurs bipolaires : sans et avec dissymétrie. Les couples mutuels M_{ab+} et M_{ab-} sont calculés pour des courants constants positif et négatif respectivement. On notera la position stable du moteur à l'arrêt ϵ_s . L'autre zéro du couple réductant représente une position instable. Lorsque le moteur ne possède pas de dissymétrie, le couple mutuel est nul à la position stable du rotor : le moteur ne peut donc pas démarrer.

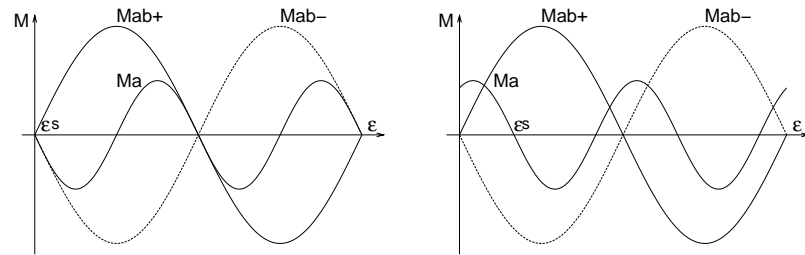


Fig. 1.1: Couples mutuel et réductant sans et avec dissymétrie

La figure 1.2 représente le couple total d'un moteur alimenté par un courant de forme idéale rectangulaire. Pour que le moteur puisse démarrer dans tous les cas, le couple total M_{tot} doit être supérieur au couple résistant M_r pour tout ϵ .

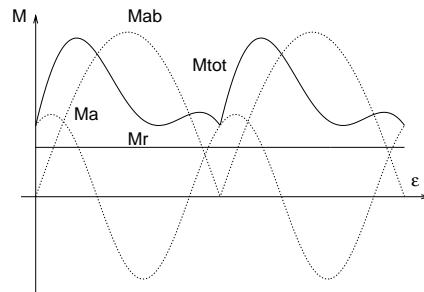


Fig. 1.2: Couple total, couple résistant

L'amplitude des oscillations de couple est en grande partie déterminée par la valeur du couple réductant lorsque le couple mutuel est nul.

Le sens de rotation du moteur est déterminé par la valeur du couple réductant en ϵ_s . Lorsque cette valeur est positive, le sens de déplacement préférentiel du rotor l'est également.

La détermination des couples mutuel et réductant est un point clé dans la conception d'un moteur monophasé. Le couple mutuel est relativement facile à déterminer car il n'est que très peu dépendant de la géométrie du stator. Le couple réductant est plus difficile à déterminer. En effet, la variation d'énergie magnétique à laquelle il est dû est inférieure de plusieurs ordres de grandeur à l'énergie magnétique totale de l'entrefer. Pour cette raison, nous étudierons particulièrement la modélisation de ce couple au chapitre 2. Mais auparavant, nous effectuerons un bref survol des solutions constructives possibles pour un moteur de ce type.

1.3 Exemples de réalisations

La principale caractéristique du moteur synchrone monophasé se situe dans sa géométrie. Il est possible de réaliser plusieurs types de moteurs différents. Ces moteurs peuvent être à rotor interne ou externe, à griffes ou à stator feuilleté. Parmi les différentes possibilités, les cas les plus représentatifs sont présentés dans les pages suivantes.

1.3.1 Moteurs bipolaires

Le moteur bipolaire à rotor interne ou moteur Lavet est le moteur monophasé le plus répandu sur le marché : il équipe la plupart des montres analogiques à quartz. L'application horlogère de ce type de moteur étant le sujet de nombreux travaux ([1], [2]), nous ne nous y attarderons pas. Ce genre de moteur a toutefois été employé pour des applications de plus grandes puissances et en particulier dans l'électroménager [6]. Cette dernière référence présente un prototype réalisé selon le modèle de la figure 1.3.

Cette solution est très facile à fabriquer. Le stator est réalisé au moyen de tôles en forme de U. Le rotor est un aimant circulaire magnétisé de manière transverse. Le bobinage peut être réalisé séparément puis introduit dans la structure en U. Le moteur peut démarrer grâce à une dissymétrie dans la géométrie de l'entrefer. Cette dissymétrie consiste en un épaulement : cette solution n'est pas la meilleure qui puisse être envisagée dans ce cas, comme nous le verrons à la section 3.3.4.

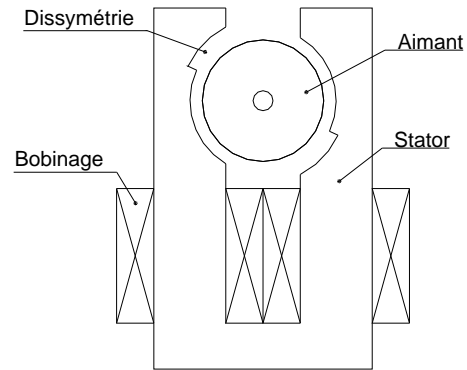


Fig. 1.3: Moteur bipolaire à rotor interne

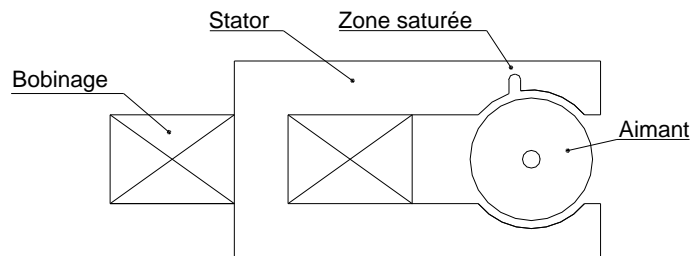


Fig. 1.4: Moteur bipolaire à zone saturée

Le même résultat peut être obtenu par un moteur à zone saturable tel que proposé par [7] et représenté à la figure 1.4. Cette solution est toutefois difficile à dimensionner et à simuler correctement et elle est très sensible aux tolérances de fabrication (en particulier à l'induction rémanente des aimants). D'autre part, la saturation entraîne des pertes fer supplémentaires.

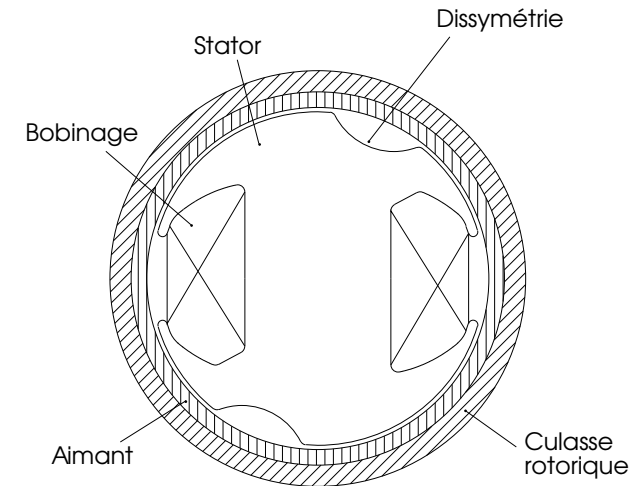


Fig. 1.5: Moteur bipolaire à rotor externe

Le dernier exemple est un moteur à rotor externe (Fig. 1.5). L'aimant en forme d'anneau est collé dans la culasse rotorique qui a une forme de cloche. Comme dans le moteur à rotor interne, les couples mutuel et réactif sont déphasés au moyen d'une dissymétrie. Il s'agit du moteur sur lequel se basera l'étude du chapitre 3 et dont on a réalisé un prototype (Chap. 5). Les caractéristiques statiques des moteurs bipolaires peuvent être déterminées avec précision. En effet, comme nous le verrons au chapitre 3, le couple réactif n'a pas d'harmoniques supérieures à un (lorsqu'il n'est pas saturé) et celles du couple mutuel peuvent être négligées dans la plupart des cas. Cette particularité facilite le choix de la forme de la dissymétrie et son positionnement. Lorsque le moteur possède plus de deux pôles, il est plus difficile d'obtenir des caractéristiques assurant

le démarrage et la stabilité du moteur.

1.3.2 Moteurs à griffes

Ce moteur se prête particulièrement à des applications bon marché à basse vitesse. Il est particulièrement avantageux lorsque le nombre de pôles est élevé. En effet, la tension induite obtenue est directement proportionnelle au nombre de paires de pôles. Les pertes Joule sont donc plus faibles pour une masse de cuivre équivalente.

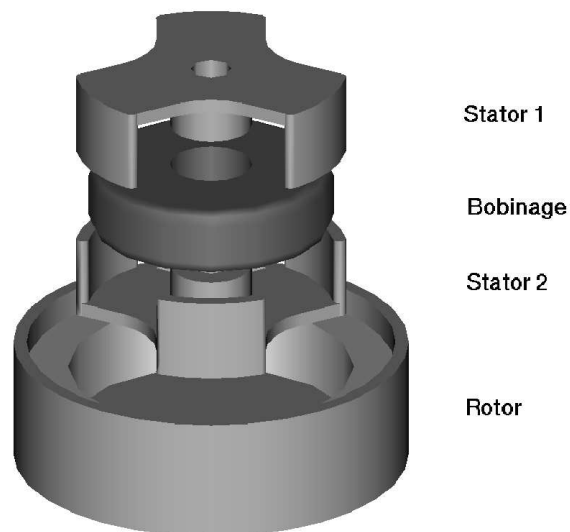


Fig. 1.6: Moteur à griffes à rotor externe

La figure 1.6 montre une vue en éclaté d'une variante à rotor externe à six pôles. Le rotor est composé d'un aimant en forme d'anneau et d'une culasse rotorique en forme de cloche. Le stator se compose de deux pièces à trois griffes qui peuvent être identiques. La dissymétrie n'a pas été représentée sur cette figure. Le même principe est couramment employé pour des variantes à rotor interne.

Le flux circule dans les trois dimensions, passant de l'aimant à une griffe de la première pièce statorique puis dans le noyau de la bobine avant de changer de pièce statorique et de ressortir par la griffe adjacente pour retourner dans l'aimant et la culasse rotorique. Cette particularité empêche de réaliser ce type de moteur au moyen de tôles : les pertes dans le fer sont donc importantes. Toutefois, avec les progrès effectués dans les matériaux magnétiques composites [8], il est probable que cette contrainte ne sera plus de mise dans quelques années. En dehors de ce dernier inconvénient, il s'agit là d'un type de moteur facile à fabriquer pouvant atteindre de bonnes performances.

1.3.3 Autres variantes

Dans cette section nous présenterons deux exemples de ce qui a été réalisé avec plus de deux pôles (sans griffes). La principale difficulté dans ces variantes consiste à trouver une manière efficace de faire circuler le flux.

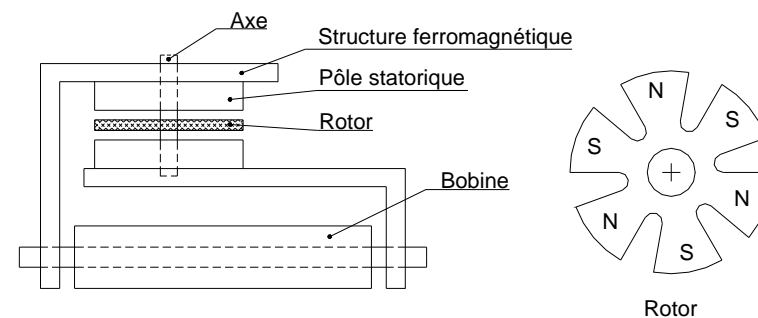


Fig. 1.7: Moteur à aimants minces

Le moteur à aimants minces représenté à la figure 1.7 a la particularité d'avoir un rotor formé d'un aimant d'épaisseur très faible. Ce type de moteur a également été utilisé dans l'horlogerie. Il est toutefois plus compliqué qu'un moteur Lavet et plus difficile à fabriquer. Sa faible inertie est son principal avantage. Par contre, il est pratiquement impossible de feuilletter son stator. Ce moteur présente donc le même genre d'inconvénients que le moteur à griffes. Son fonctionnement est décrit dans

[4] et [1]. Le moteur à six pôles (rotoriques) de la figure 1.8 illustre bien la

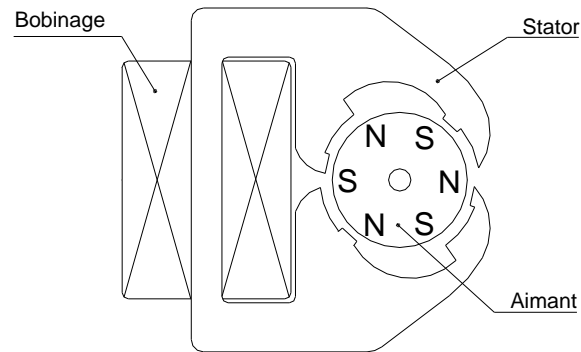


Fig. 1.8: Moteur à six pôles

difficulté de réalisation d'un moteur monophasé avec une seule bobine et un nombre de pôles supérieur à deux. Ce moteur ne comporte que quatre pôles statoriques et six pôles rotoriques. Une paire de pôles rotoriques ne contribue pas au flux mutuel. Cette solution est malgré tout intéressante car tout le flux mutuel dû à l'aimant circule dans la bobine ; la tension induite obtenue est donc deux fois plus importante que celle qui serait créée par un moteur bipolaire de mêmes dimensions. Ce moteur est également facile à réaliser au moyen de tôles. Il est toutefois difficile de définir une géométrie statorique donnant le couple réactant voulu. Ce moteur a été utilisé pour des affichages à palettes.

A titre d'exemple, une variante à rotor externe suivant ce principe a été imaginée. La figure 1.9 représente ce moteur à quatre pôles statoriques et six pôles rotoriques sans la dissymétrie nécessaire à son démarrage.

1.4 Objectifs de l'étude

L'objectif de ce travail est d'étudier les aspects suivants des moteurs de type synchrone monophasé :

- modélisation ;
- dimensionnement ;

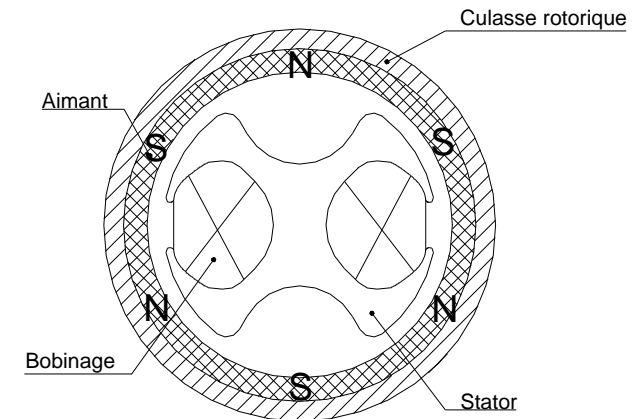


Fig. 1.9: Moteur à rotor externe

- alimentation.

La principale difficulté dans la modélisation de ce moteur est le calcul de son couple réactant. C'est pourquoi le chapitre 2 lui est entièrement consacré. A partir des résultats de ce chapitre, il est également possible d'obtenir l'induction dans l'entrefer, la tension induite et le couple mutuel.

Chaque solution présentée à la section 1.3 a ses propres contraintes de dimensionnement. Toutefois, la méthodologie générale reste la même. Elle est abordée au chapitre 3 pour un moteur de type bipolaire à rotor externe.

L'alimentation ainsi que les problèmes de régime transitoire sont abordés au chapitre 4.

L'étude se termine sur les résultats obtenus à partir d'un prototype au chapitre 5.

démarrer sans aide externe. Ceci est réalisé au moyen du couple réductant dont le calcul précis est important.

A l'heure actuelle, on dispose de programmes de calcul par éléments finis qui déterminent généralement cette grandeur sans trop de problèmes : le but de ce chapitre n'est pas de les remplacer ; il s'agit uniquement de proposer un modèle simplifié afin de rendre la conception plus facile et plus rapide. Le modèle choisi doit donc être le plus général possible. Dans cette optique, la saturation des parties ferromagnétiques n'a pas été prise en compte bien qu'elle soit déterminante dans certains cas. Le modèle proposé peut s'appliquer à une grande partie des moteurs synchrones à aimants permanents. Il a été divisé en deux parties :

- la première consiste en la modélisation des aimants dans l'entrefer d'un moteur sans encoche. Elle se situe au niveau des équations différentielles de Maxwell ;
- la seconde introduit la modélisation de l'effet d'une encoche sur l'induction dans l'entrefer d'un moteur sans aimant, puis à partir des résultats de la section précédente, d'un entrefer avec aimant. Le couple est ensuite calculé à partir de la dérivée de l'énergie magnétique.

2.2 Modélisation de l'aimant

2.2.1 Introduction

Le but de cette section est d'introduire la modélisation de l'aimant par la méthode des courants équivalents. Pour ce faire nous procéderons en trois étapes :

- nous rappellerons tout d'abord les équations qui permettent de calculer l'induction à l'intérieur d'un matériau magnétique ainsi qu'à la frontière de deux matériaux ;
- nous prouverons ensuite qu'il est possible de remplacer un aimant par des courants équivalents choisis de telle manière que l'induction due à ces derniers soit égale à celle de l'aimant. A cet effet, nous calculerons l'induction dans l'aimant et à sa frontière ;
- nous calculerons enfin l'induction due à l'aimant ainsi modélisé dans l'entrefer d'une machine électrique.

2. COUPLE RÉLUCTANT

Sommaire

2.1	Introduction	11
2.2	Modélisation de l'aimant	12
2.2.1	Introduction	12
2.2.2	Équations de Maxwell en magnétostatique	13
2.2.3	Matériaux magnétiques	13
2.2.4	Caractéristique de l'aimant	14
2.2.5	Méthode des courants équivalents	15
2.2.6	Calcul du potentiel magnétique	17
2.2.7	Calcul du potentiel magnétique dans une géométrie cylindrique simple	17
2.2.8	Calcul du potentiel magnétique dû aux aimants	27
2.3	Modélisation de l'entrefer - calcul du couple	36
2.3.1	Introduction	36
2.3.2	Schéma magnétique équivalent - perméance infinitésimale	36
2.3.3	Effet des encoches dans un entrefer sans aimant	39
2.3.4	Modélisation par différences finies	44
2.3.5	Effet de l'encoche dans un entrefer avec aimant	46
2.3.6	Calcul du couple	48
2.4	Conclusion	52

[Table des matières]

2.1 Introduction

Le principal problème, lors de la conception d'un moteur monophasé est de positionner le moteur correctement à l'arrêt afin de lui permettre de

2.2.2 Équations de Maxwell en magnétostatique

Ces équations sont rappelées ici car elles sont nécessaires à la bonne compréhension de ce qui suit.

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad (2.1)$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

2.2.3 Matériaux magnétiques

L'induction magnétique dans la matière peut être exprimée par l'équation :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.3)$$

Dans les cas où l'effet d'hysteresis peut être négligé [3], \vec{M} varie proportionnellement à \vec{H} :

$$\vec{M} = \chi_r \vec{H} \quad (2.4)$$

La susceptibilité magnétique relative χ_r est définie au paragraphe 3.2.7 de [3].

La perméabilité magnétique μ peut être définie comme :

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_r) \quad (2.5)$$

L'équation (2.3) devient :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.6)$$

Cette équation permet de tenir compte d'un matériau magnétique saturable ; il suffit de faire varier μ avec l'état de saturation. Dans le cas d'un matériau magnétique où l'effet d'hysteresis n'est pas négligeable, on est obligé d'utiliser (2.3). A la frontière entre deux matériaux, les équations de Maxwell citées plus haut ne sont plus applicables directement.

Ayant défini deux milieux 1 et 2, dont les propriétés magnétiques sont différentes, on démontre dans [9], que :

$$\vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{A} \quad (2.7)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (2.8)$$

Le vecteur \vec{A} représente une densité de courant de surface ou densité linéique de courant. Cette dernière correspond au mouvement de charges se situant à l'interface entre les milieux 1 et 2.

Le vecteur \vec{n} est normal à la surface de séparation de ces deux milieux. L'équation (2.7) exprime la condition de continuité de la composante tangentielle du champ magnétique ; l'équation (2.8) est la condition de continuité de la composante normale de l'induction.

2.2.4 Caractéristique de l'aimant

Un aimant permanent est constitué d'un matériau ferromagnétique [3] dont les propriétés sont décrites dans [4]. Parmi ces propriétés, nous nous bornerons ici à répéter celles qui sont nécessaires à la compréhension générale de ce qui suit. Nous nous restreindrons également à considérer les grandeurs vectorielles dans la direction de magnétisation de l'aimant, n'ayant ainsi plus que des grandeurs scalaires. La littérature donne la courbe classique de la figure 2.1. Dans un souci de simplification, nous

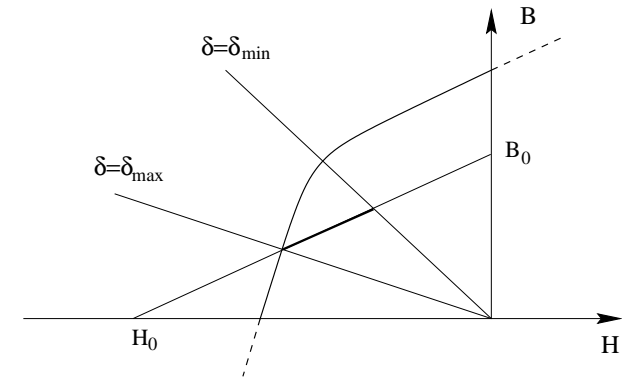


Fig. 2.1: Caractéristique magnétique d'un aimant permanent

ne nous intéresserons pas à la partie non-linéaire représentée mais uniquement à la droite de retour. L'équation (2.3) devient alors, dans la direction de magnétisation :

$$B = B_0 + \frac{B_0}{H_0} H \quad (2.9)$$

qui peut aussi s'écrire :

$$B = B_0 + \mu_d H \quad (2.10)$$

La pente de la droite de retour (μ_d) est appelée perméabilité différentielle de l'aimant. Il est à noter que (2.9) constitue une approximation assez bonne de la courbe réelle qui est légèrement non-linéaire.

Sur la figure 2.1, le domaine de fonctionnement de l'aimant pour un entrefer variable δ a été représenté en gras sur la droite de retour.

2.2.5 Méthode des courants équivalents

Cette méthode a pour but de remplacer l'aimant (matériau difficile à modéliser simplement) par une infinité de conducteurs électriques d'épaisseur nulle disposés à sa surface.

Soit un corps parcouru par un courant électrique volumique dont la densité surfacique est notée \vec{J} . A la surface de ce corps, on trouve également des charges en mouvement qui peuvent être représentées par une densité linéique \vec{A} . Afin de prouver que ce modèle est équivalent à l'aimant, il suffit de trouver une condition sur les courants équivalents (i.e. sur \vec{J} et \vec{A}) pour que les équations de Maxwell à l'intérieur, à la limite et à l'extérieur du nouveau corps, soient équivalentes à celles de l'aimant aux mêmes endroits. Nous ne considérerons que les équations de Maxwell qui décrivent les propriétés du champ magnétique et de l'induction à savoir (2.1) et (2.2); le champ électrique n'est pas conservé d'un modèle à l'autre. On

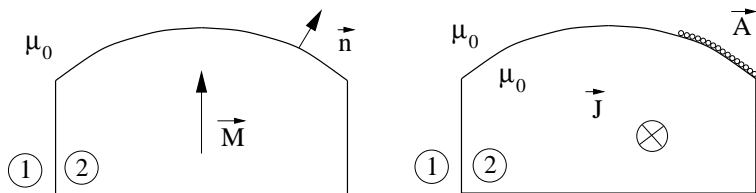


Fig. 2.2: Remplacement d'un aimant par des courants équivalents

introduit (2.3) dans (2.1), (2.2), (2.7) et (2.8). Dans l'aimant \vec{J} et \vec{A} sont

nulles. Dans le nouveau milieu, les équations de Maxwell ne contiennent pas de composante due au vecteur magnétisation.

Aimant	Nouveau milieu
$\text{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) - \text{rot} \vec{M} = 0$	$\text{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) = \vec{J}$ (2.11)

div $\vec{B} = 0$	div $\vec{B} = 0$ (2.12)
-------------------	--------------------------

$\vec{n} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \Big _1 - \frac{\vec{B}}{\mu_0} \Big _2 \right) - \vec{n} \times \vec{M} = \vec{0}$	$\vec{n} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \Big _1 - \frac{\vec{B}}{\mu_0} \Big _2 \right) = \vec{A}$ (2.13)
--	--

$\vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$	$\vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$ (2.14)
---	--

Les paires d'équations (2.12) et (2.14) sont équivalentes quels que soient \vec{M} , \vec{J} ou \vec{A} . Le but est d'exprimer \vec{J} et \vec{A} en fonction de \vec{M} , ce qui peut être fait à partir des équations (2.11) et (2.13) :

$$\vec{J} = \text{rot} \vec{M} \quad (2.15)$$

$$\vec{A} = \vec{n} \times \vec{M} \quad (2.16)$$

L'induction calculée dans le nouveau modèle est donc égale à l'induction due à tout matériau satisfaisant (2.3).

Afin de tenir compte de la perméabilité magnétique de l'aimant de manière simple, la courbe de démagnétisation de la figure 2.1 peut être remplacée par sa droite de retour :

$$M = H_0 = \frac{B_0}{\mu_d} \quad (2.17)$$

En appliquant la même démarche que précédemment pour un aimant de perméabilité relative μ_d magnétisé de manière homogène, on obtient :

$$\vec{J} = \vec{0} \quad (2.18)$$

$$\vec{A} = \vec{n} \times \vec{M} \quad (2.19)$$

Ce qui justifie le fait que :

pour calculer l'induction due à un aimant, on peut remplacer ce dernier par un corps de même forme et de perméabilité magnétique $\mu = \mu_d$ à la surface duquel on fera circuler des charges électriques dont la densité

linéique de courant peut être calculée d'après(2.19).

Une démonstration plus complète de ce théorème peut être trouvée dans [10].

2.2.6 Calcul du potentiel magnétique

Dans un matériau uniforme sans courant, on remarque que le second terme de l'équation (2.1) s'annule; on peut prouver dans ce cas que \vec{H} dérive d'un potentiel scalaire appelé communément potentiel magnétique :

$$\vec{H} = -\text{grad } \Theta \quad (2.20)$$

Ce même potentiel peut également être défini en intégrant cette relation comme dans [4] section 1.3.2

En remplaçant dans cette équation \vec{H} par son expression tirée de (2.6) et en l'insérant dans (2.2), on obtient l'équation de Laplace :

$$\Delta\Theta = 0 \quad (2.21)$$

Afin de calculer la différence de potentiel magnétique créée par l'aimant, nous procéderons en deux temps :

- tout d'abord nous calculerons la différence de potentiel magnétique créée par une bobine dans un entrefer simplifié tel que présenté dans [11];
- ensuite, s'aidant de ce résultat, nous effectuerons le calcul du potentiel magnétique créé par les courants équivalents d'un aimant.

2.2.7 Calcul du potentiel magnétique dans une géométrie cylindrique simple

Cette méthode est esquissée dans [12] et présentée plus en détail dans [11]. Elle consiste en la résolution de l'équation de Laplace (2.21) pour une structure telle que celle de la figure 2.3. Cette figure représente la coupe transversale de l'entrefer d'un moteur sans encoche dans lequel il n'y a qu'un conducteur. Les effets de bord sont négligés.

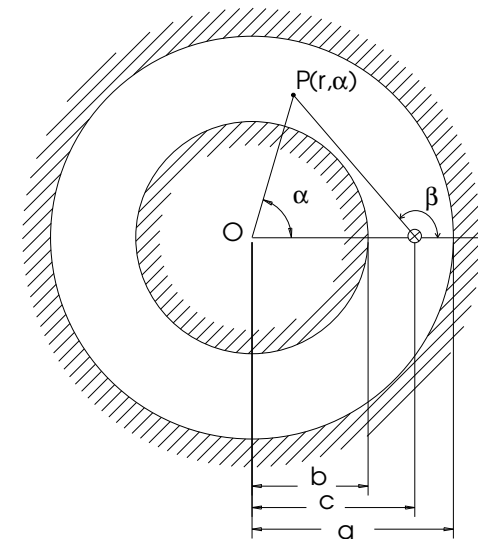


Fig. 2.3: Modélisation du champ dans l'entrefer créé par un conducteur

Le conducteur est modélisé par un fil infiniment long et infiniment mince, négligeant ainsi les effets de bord. L'étude se fait dans un plan perpendiculaire à l'axe du moteur :

$$B_z = H_z = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\partial H_y}{\partial z} = 0 \quad (2.23)$$

Ces équations conduisent à un potentiel vecteur qui n'a qu'une composante en z et permettent de travailler avec un potentiel scalaire tel que défini par (2.20).

En introduisant (2.20) dans (2.1), on obtient :

$$\Delta\Theta = -J_z \quad (2.24)$$

La densité de courant J_z est nulle en tout point extérieur au conducteur. Le problème se résume donc en la résolution de l'équation de Laplace avec des conditions aux limites de Von Neuman (2.7) et (2.8). Il s'agit également de satisfaire l'équation intégrale d'Ampère à savoir (cf. [9] équ.(1.21)) :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{A} = I \quad (2.25)$$

Cette dernière équation fournit la solution particulière (Θ_p) à additionner à la solution de l'équation homogène de Laplace (Θ_h).

L'équation de Laplace peut être écrite en coordonnées polaires :

$$\frac{\partial^2 \Theta_h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Theta_h}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Theta_h}{\partial \alpha^2} = 0 \quad (2.26)$$

Cette équation est ensuite résolue en effectuant la séparation des variables :

$$\Theta_h = A(\alpha) \cdot R(r) \quad (2.27)$$

En remplaçant Θ_h dans (2.26) et en isolant les termes en r et en α , on obtient :

$$\frac{r^2}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} \right) = -\frac{1}{A} \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} = n^2 \quad (2.28)$$

où n^2 est de fait un nombre réel puisque les deux termes de la première équation n'ont aucune variable commune. La résolution des équations en

r et en α donne

$$R = a_n r^n + b_n r^{-n} \quad (2.29)$$

$$A = c_n \cos n\alpha + d_n \sin n\alpha \quad (2.30)$$

La solution générale de l'équation homogène est la somme des produits de ces deux termes pour tout n . Cependant, la seule manière d'obtenir une solution périodique $\Theta_h(\alpha + 2\pi) = \Theta_h(\alpha)$ dans notre cas est de prendre n entier positif, on a donc

$$\Theta_h = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{-n}) \cdot (c_n \cos n\alpha + d_n \sin n\alpha) \quad (2.31)$$

Cette dernière équation est une série de Fourier ; elle reste valable quels que soient le nombre et la position des conducteurs électriques dans l'entrefer.

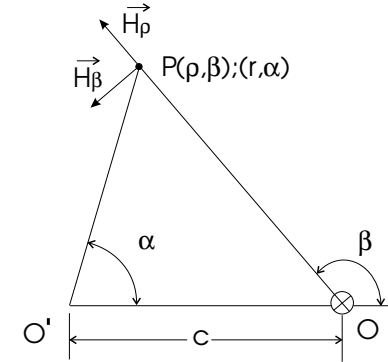


Fig. 2.4: Champ magnétique créé par un conducteur infini

La solution particulière peut être obtenue en calculant le potentiel magnétique créé par un fil électrique idéal parallèle à l'axe Oz tel que représenté à la figure 2.4. L'équation d'Ampère (2.25) donne :

$$H_\beta = \frac{I}{2\pi\rho} \quad (2.32)$$

$$H_\rho = 0 \quad (2.33)$$

D'où le potentiel magnétique :

$$\Theta_p = \frac{I\beta}{2\pi} + K \quad (2.34)$$

K est une constante d'intégration librement choisie nulle pour simplifier les expressions. Cette dernière équation satisfait l'équation de Laplace (2.21). Il s'agit de la solution particulière recherchée. Ce qui donne l'expression suivante pour le potentiel magnétique dans l'entrefer :

$$\Theta = \frac{I\beta}{2\pi} + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{-n}) \cdot (c_n \cos n\alpha + d_n \sin n\alpha) \quad (2.35)$$

Cette équation peut être simplifiée dans le cas qui nous intéresse. En effet, le fil étant placé en $\alpha = 0$, la composante paire de la fonction potentiel magnétique disparaît et donc avec elle tous les termes en cosinus :

$$\Theta = \frac{I\beta}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n}) \cdot \sin n\alpha \quad (2.36)$$

β peut également être exprimé en fonction de α . Ce qui donne, après décomposition en série de Fourier :

$$\beta = \pi - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \cdot \frac{r^n}{c^n} \sin n\alpha \right) \quad \text{si } r < c \quad (2.37)$$

$$\beta = \frac{\alpha + \pi}{2} \quad \text{si } r = c \quad (2.38)$$

$$\beta = \alpha + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \cdot \frac{c^n}{r^n} \sin n\alpha \right) \quad \text{si } r > c \quad (2.39)$$

L'équation (2.36) est valable dans l'entrefer et dans la culasse extérieure ($r > a$). Comme il n'est pas possible de dessiner un contour entourant le fil conducteur de telle manière qu'il soit entièrement compris dans la culasse intérieure, l'équation d'Ampère s'annule donc dans cette culasse. La perméabilité infinie du fer sera introduite à la fin du calcul afin d'illustrer les développements nécessaires pour le cas où l'on désire tenir compte d'une perméabilité magnétique plus faible. En outre, le potentiel magnétique est une grandeur finie : les coefficients des termes en r^{-n} du

potentiel magnétique doivent donc être nuls dans la culasse interne. (2.36) devient :

$$\Theta_i = \sum_{n=1}^{\infty} C_n r^n \cdot \sin n\alpha \quad (2.40)$$

D'autre part, en combinant (2.20) avec (2.7) et (2.8), nous obtenons les conditions de continuité de la composante tangentielle du champ magnétique et sur la composante normale de l'induction respectivement :

$$-\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Theta_1}{\partial \alpha} = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Theta_2}{\partial \alpha} \quad (2.41)$$

$$-\mu_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial r} = -\mu_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial r} \quad (2.42)$$

La condition de continuité de la composante normale de l'induction (2.42) à l'interface entre la culasse intérieure et l'entrefer s'exprime :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta_i}{\partial r} &= \frac{\mu_0}{\mu_{fer}} \cdot \frac{\partial \Theta_e}{\partial r} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

La perméabilité magnétique du fer étant supposée infinie, cette équation s'annule. Le potentiel magnétique dans la culasse interne est donc réduit à une constante $\Theta_i = C_0$. Le même type de raisonnement sur la composante tangentielle de l'induction permet de donner l'expression du potentiel magnétique de la culasse externe :

$$\Theta_e = \frac{I\alpha}{2\pi} \quad (2.44)$$

Le potentiel magnétique dans la culasse externe dû à un conducteur infini dépend de l'angle α . Ce résultat peut sembler étrange. Toutefois, cette dépendance disparaît lorsque l'on calcule le potentiel magnétique dû à une bobine comme on le verra par la suite.

L'étape suivante consiste à calculer les valeurs des constantes A_n et B_n de l'expression (2.36). Ceci peut être réalisé très facilement au moyen de la condition de continuité sur la composante tangentielle du champ magnétique aux interfaces culasse interne - entrefer et entrefer - culasse

externe. Ce qui donne finalement :

$$\Theta_\delta = \frac{I}{2\pi} \left\{ \beta - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{b^n}{c^n} \left[\left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{r^n}{b^n} - \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{b^n}{r^n} \right] \sin n\alpha \right\} \quad (2.45)$$

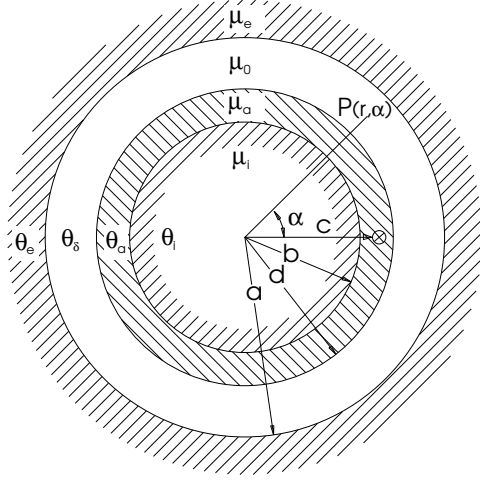


Fig. 2.5: Modélisation du champ magnétique avec aimant

La même démarche peut être employée pour le calcul du potentiel magnétique pour la géométrie représentée à la figure 2.5 :

$$\Theta_i = \sum_{n=1}^{\infty} D_n r^n \sin n\alpha \quad (2.46)$$

$$\Theta_a = \frac{I\beta}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} (E_n r^n + F_n r^{-n}) \cdot \sin n\alpha \quad (2.47)$$

$$\Theta_g = \frac{I\alpha}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n}) \cdot \sin n\alpha \quad (2.48)$$

$$\Theta_e = \frac{I\alpha}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n r^{-n} \cdot \sin n\alpha \quad (2.49)$$

Les symboles μ_e , μ_0 , μ_i et μ_a désignent, respectivement, les perméabilités du fer de la culasse externe, de l'air, du fer de la culasse interne et de l'aimant. Les équations de continuité des composantes tangentielle du champ magnétique et normale de l'induction aux deux interfaces sont les suivantes :

$$\frac{\partial \Theta_a}{r \partial \alpha} \Big|_{r=b} = \frac{\partial \Theta_i}{r \partial \alpha} \Big|_{r=b} \quad (2.50)$$

$$\mu_a \frac{\partial \Theta_a}{\partial r} \Big|_{r=b} = \mu_i \frac{\partial \Theta_i}{\partial r} \Big|_{r=b} \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial \Theta_\delta}{r \partial \alpha} \Big|_{r=d} = \frac{\partial \Theta_a}{r \partial \alpha} \Big|_{r=d} \quad (2.52)$$

$$\mu_0 \frac{\partial \Theta_\delta}{\partial r} \Big|_{r=d} = \mu_a \frac{\partial \Theta_a}{\partial r} \Big|_{r=d} \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial \Theta_e}{r \partial \alpha} \Big|_{r=a} = \frac{\partial \Theta_\delta}{r \partial \alpha} \Big|_{r=a} \quad (2.54)$$

$$\mu_e \frac{\partial \Theta_e}{\partial r} \Big|_{r=a} = \mu_0 \frac{\partial \Theta_\delta}{\partial r} \Big|_{r=a} \quad (2.55)$$

Ces équations peuvent être résolues sans problème ; leur solution est toutefois trop compliquée pour être utilisée par la suite. Afin de simplifier le problème, la perméabilité relative du fer est considérée comme étant infinie. Ce qui donne, après résolution :

$$C_n = 0 \quad (2.56)$$

$$A_n = \frac{\mu_{ra} I d^{2n}}{\Delta_{ri} \pi n} \left(\frac{b^{2n}}{c^n} + c^n \right) \quad (2.57)$$

$$B_n = -\frac{\mu_{ra} I d^{2n} a^{2n}}{\Delta_{ri} \pi n} \left(\frac{b^{2n}}{c^n} + c^n \right) \quad (2.58)$$

$$E_n = \frac{I}{2\Delta_{ri} \pi n} \left\{ [d^{2n} + a^{2n} + \mu_{ra} (d^{2n} - a^{2n})] \left(\frac{b^{2n}}{c^n} + c^n \right) \right\} \quad (2.59)$$

$$F_n = \frac{I b^{2n}}{2\Delta_{ri} \pi n} \left\{ \frac{d^{2n}}{c^n} [-d^{2n} - a^{2n} + \mu_{ra} (d^{2n} - a^{2n})] + c^n [-d^{2n} - a^{2n} - \mu_{ra} (d^{2n} - a^{2n})] \right\} \quad (2.60)$$

$$D_n = 0 \quad (2.61)$$

avec :

$$\Delta_{ri} = \frac{-d^{4n} + (db)^{2n} - (ad)^{2n} + (ab)^{2n} + \mu_{ra} [d^{4n} + (db)^{2n} - (ad)^{2n} - (ab)^{2n}]}{(2.62)}$$

Ces équations étant relativement complexes, elles ne seront pas utilisées pour présenter les méthodes de calcul qui suivent. Les résultats sont présentés à l'annexe A et utilisés pour tous les calculs numériques effectués.

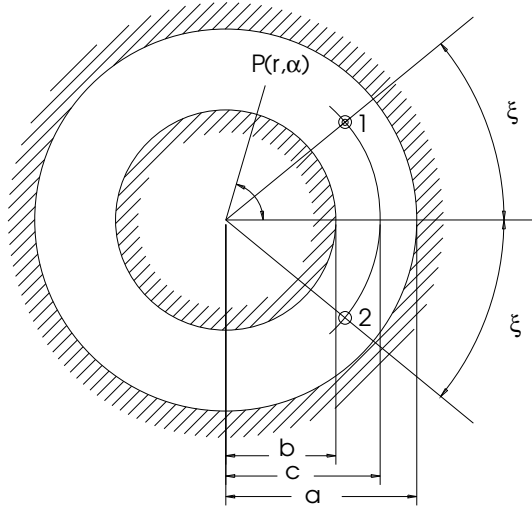


Fig. 2.6: Modélisation du champ dans l'entrefer créé par une bobine

Il est également possible de calculer le potentiel magnétique créé par une bobine telle que représentée à la figure 2.6. Il suffit d'exprimer le potentiel magnétique de chacun des conducteurs puis de les additionner. Ces expressions sont obtenues en remplaçant α par $\alpha - \xi$ et $\alpha + \xi$ dans les équations (2.37), (2.38), (2.39) et (2.45). En tenant compte du fait que les courants circulant dans les deux conducteurs sont de sens opposés, le potentiel magnétique dans l'entrefer vaut :

pour $r < c$:

$$\Theta_{\delta} = -\frac{I}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{b^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \left(\frac{r^n}{b^n} - \frac{b^n}{r^n} \right) \sin n\xi \cdot \cos n\alpha \quad (2.63)$$

pour $r = c$:

$$\Theta_{\delta} = -\frac{I}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{b^n}{c^n} \left[\left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{r^n}{b^n} - \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{b^n}{r^n} \right] \sin n\xi \cdot \cos n\alpha \quad (2.64)$$

pour $r > c$:

$$\Theta_{\delta} = \frac{I}{\pi} \left[\xi - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{a^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \left(\frac{r^n}{a^n} - \frac{a^n}{r^n} \right) \sin n\xi \cdot \cos n\alpha \right] \quad (2.65)$$

On peut montrer [13] que le potentiel magnétique dû à $2p$ bobines réparties uniformément sur le même cercle de rayon c est donné par :

pour $r < c$:

$$\Theta_{\delta} = -\frac{2pI}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{b^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \left(\frac{r^n}{b^n} - \frac{b^n}{r^n} \right) \sin n\xi \cdot \cos n\alpha \quad (2.66)$$

pour $r = c$:

$$\Theta_{\delta} = -\frac{2pI}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{b^n}{c^n} \left[\left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{r^n}{b^n} - \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{b^n}{r^n} \right] \sin n\xi \cdot \cos n\alpha \quad (2.67)$$

pour $r > c$:

$$\Theta_{\delta} = -\frac{2pI}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{a^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \left(\frac{r^n}{a^n} - \frac{a^n}{r^n} \right) \sin n\xi \cdot \cos n\alpha \quad (2.68)$$

avec :

$$n = (2m + 1)p \quad (2.69)$$

Ces deux relations seront utilisées à la section suivante pour calculer le potentiel magnétique dû aux aimants.

2.2.8 Calcul du potentiel magnétique dû aux aimants

A partir des méthodes présentées aux sections 2.2.5 et 2.2.7, il est possible de calculer le potentiel magnétique dans l'entrefer. Cette démarche a été introduite dans [13], elle est ici étendue au calcul du potentiel magnétique en tout point de l'entrefer pour des moteurs avec des aimants à géométries telles que présentées aux figures 2.7, 2.8 et 2.9.

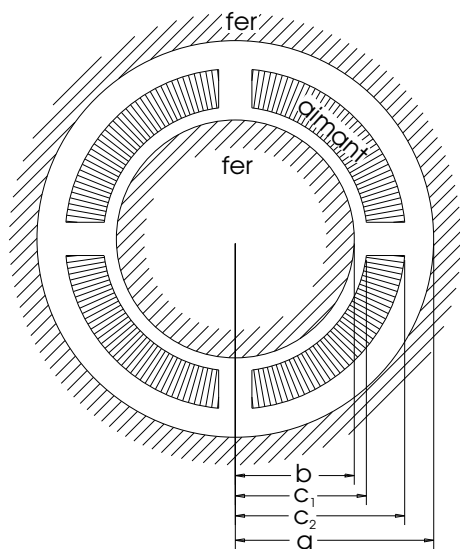


Fig. 2.7: Moteur à magnétisation radiale

Le principe de cette méthode consiste à remplacer les aimants par des bobines infinitésimales les entourant. Chaque bobine est parcourue par un courant infinitésimal dI calculé à partir de l'équation (2.19) :

$$\frac{dI}{ds} = A = \left| \vec{n} \times \vec{M} \right| \quad (2.70)$$

avec :

$$M = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_{ra}} \quad (2.71)$$

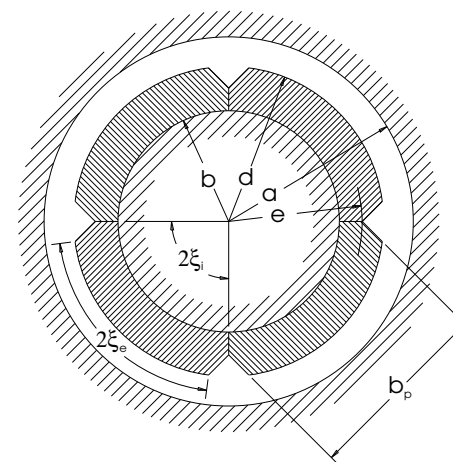


Fig. 2.8: Moteur à magnétisation parallèle et rotor interne

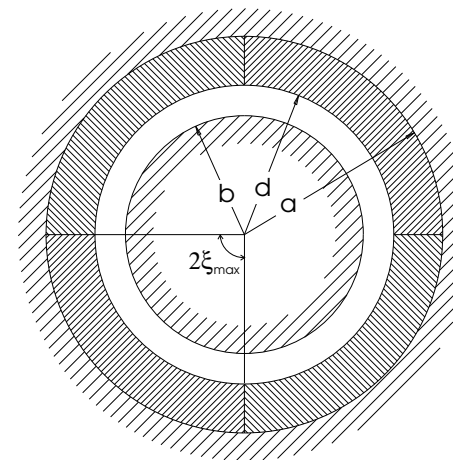


Fig. 2.9: Moteur à magnétisation parallèle et rotor externe

s étant l'abscisse curviligne suivant le contour de l'aimant.

Il suffit ensuite d'exprimer le potentiel $d\Theta$ dû au courant dI et de l'intégrer sur toute la surface de l'aimant. Ceci a été réalisé au moyen des relations pour $2p$ bobines (2.66) et (2.68). Dans [13], l'auteur utilise un coefficient de correction de la perméabilité magnétique relative de l'aimant. Ce coefficient est nécessaire lorsque l'on ne désire pas tenir compte du modèle compliqué défini à la figure 2.5. Les grandeurs dues à une magnétisation radiale peuvent être déduites de celles dues à une magnétisation parallèle ; c'est pourquoi les calculs les concernant ne seront pas présentés ici.

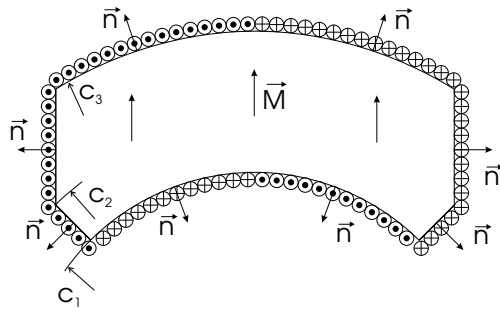


Fig. 2.10: Modélisation d'un aimant

La figure 2.10 montre la modélisation par des bobines infinitésimales d'un aimant magnétisé de manière parallèle pour un moteur à rotor intérieur. Nous pouvons remarquer que dans ce cas, il y a trois types de surfaces différentes à analyser :

- les deux calottes ;
- les surfaces latérales radiales ;
- les surfaces latérales parallèles à la magnétisation.

Calottes

Chacune des micro-bobines est située sur un arc de cercle de rayon c constant. Si l'on se réfère à la figure 2.6, on remarque que seul l'angle ξ

varie, ce qui donne :

$$ds = c d\xi \quad (2.72)$$

$$dI = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_{ra}} c \sin(\xi) d\xi \quad (2.73)$$

$$\Theta_{cal} = \int_{\xi=0}^{\xi_{max}} d\Theta(\xi) \quad (2.74)$$

$$= \frac{2p B_0}{\pi \mu_0 \mu_{ra}} \sum_{m=0}^{\infty} F_1(c) F_2(\xi_{max}) \cos n\alpha \quad (2.75)$$

Avec, pour $r < c$:

$$F_1(c) = -\frac{c}{n} \cdot \frac{b^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \left(\frac{r^n}{b^n} - \frac{b^n}{r^n} \right) \quad (2.76)$$

pour $r > c$:

$$F_1(c) = -\frac{c}{n} \cdot \frac{a^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \left(\frac{r^n}{a^n} - \frac{a^n}{r^n} \right) \quad (2.77)$$

$$\begin{aligned} F_2(\xi_{max}) &= \int_{\xi=0}^{\xi_{max}} \sin n\xi \sin(\xi) \\ &= \begin{cases} \frac{1}{2} (\xi_{max} - \frac{1}{2} \sin(2\xi_{max})) & \text{si } n = 1 \\ \frac{\sin[(n-1)\xi_{max}]}{2(n-1)} - \frac{\sin[(n+1)\xi_{max}]}{2(n+1)} & \text{si } n > 1 \end{cases} \\ n &= (2m+1)p \end{aligned} \quad (2.78)$$

Pour la calotte inférieure, il s'agit de prendre l'opposé de 2.75, étant donné que \vec{M} et \vec{n} sont de directions opposées.

Surfaces latérales radiales

Dans ce cas ξ vaut ξ_{max} et c'est c qui varie :

$$ds = dc \quad (2.79)$$

$$dI = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_{ra}} \cos(\xi_{max}) dc \quad (2.80)$$

$$\begin{aligned} \Theta_{rad} &= \int_{c=c_1}^{c_2} d\Theta(c) \\ &= \frac{2p B_0}{\pi \mu_0 \mu_{ra}} \sum_{m=0}^{\infty} F_3(c)|_{c=c_1}^{c_2} \sin n\xi_{max} \cos \xi_{max} \cos n\alpha \quad (2.81) \end{aligned}$$

Avec, pour $r < c$:

$$F_3(c) = -\frac{1}{n} \left(\frac{c}{n+1} + \frac{a^{2n}}{c^{2n}} F_6(c) \right) \cdot F_4(c) \quad (2.82)$$

$$F_4(c) = \frac{b^n c^n}{a^{2n} - b^{2n}} \left(\frac{r^n}{b^n} - \frac{b^n}{r^n} \right) \quad (2.83)$$

pour $r > c$:

$$F_3(c) = -\frac{1}{n} \left(\frac{c}{n+1} + \frac{b^{2n}}{c^{2n}} F_6(c) \right) \cdot F_5(c) \quad (2.84)$$

$$F_5(c) = \frac{a^n c^n}{a^{2n} - b^{2n}} \left(\frac{r^n}{a^n} - \frac{a^n}{r^n} \right) \quad (2.85)$$

$$\begin{aligned} F_6(c) &= \begin{cases} \ln(c) \cdot c & \text{si } n = 1 \\ \frac{c}{(1-n)} & \text{si } n > 1 \end{cases} \quad (2.86) \\ n &= (2m+1)p \end{aligned}$$

Surfaces latérales parallèles à la magnétisation

Dans ce cas, l'abscisse curviligne et l'angle d'ouverture de la bobine peuvent être exprimés en fonction de la largeur de l'aimant (b_p) :

$$ds = \frac{2c}{\sqrt{4c^2 - b_p^2}} dc \quad (2.87)$$

$$\xi = \arcsin\left(\frac{b_p}{2c}\right) \quad (2.88)$$

$$dI = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_{ra}} \frac{2c}{\sqrt{4c^2 - b_p^2}} dc \quad (2.89)$$

$$\begin{aligned} \Theta_{par} &= \int_{c=c_2}^{c_3} d\Theta(c) \\ &= \frac{2p B_0}{\pi \mu_0 \mu_{ra}} \sum_{m=0}^{\infty} F_7(c)|_{c=c_2}^{c_3} \cos \xi_i \cos n\alpha \quad (2.90) \end{aligned}$$

Cette intégrale se résout en l'exprimant en fonction de ξ et en appliquant la formule 2.541 de [19], on obtient :

$$F_7(c) = \begin{cases} \frac{1}{n} \left(F_8(c) + \frac{a^{2n}}{c^{2n}} F_9(c) \right) \cdot F_4(c) & \text{si } r < c \\ \frac{1}{n} \left(F_8(c) + \frac{b^{2n}}{c^{2n}} F_9(c) \right) \cdot F_5(c) & \text{si } r > c \end{cases} \quad (2.91)$$

$$F_8(c) = \frac{c}{n+1} \sin \left((n+1) \arcsin \left(\frac{b_p}{2c} \right) \right) \quad \text{si } n > 1 \quad (2.92)$$

$$F_9(c) = \begin{cases} \frac{-c}{n-1} \sin \left((n-1) \arcsin \left(\frac{b_p}{2c} \right) \right) & \text{si } n > 2 \\ \frac{c^2}{b_p} \cos \left(2 \arcsin \left(\frac{b_p}{2c} \right) \right) & \text{si } n = 2 \end{cases} \quad (2.93)$$

$$n = (2m+1)p$$

Le cas où $n = 1$ n'apparaît que lorsque $p = 1$. Dans ce cas, l'aimant est un anneau et le potentiel magnétique se réduit à sa composante due aux calottes (Θ_{cal}).

Le potentiel magnétique total peut être calculé au moyen de :

$$\Theta = \Theta_{cal}(c = c_3) - \Theta_{cal}(c = c_1) + \Theta_{rad} + \Theta_{par} \quad (2.94)$$

Les résultats pour les différents types de moteur sont présentés ci-après :

Moteur à rotor interne

Magnétisation parallèle :

$$\Theta = \frac{2p B_0}{\pi \mu_0 \mu_{ra}} \sum_{m=0}^{\infty} [F_1(d) \cdot F_2(\xi_e) - F_1(b) \cdot F_2(\xi_i) + F_7(d) - F_7(e) + (F_3(e) - F_3(b)) \sin n \xi_i \cos \xi_i] \cos n \alpha \quad (2.95)$$

Dans le cas d'une magnétisation radiale, le vecteur d'aimantation est perpendiculaire aux calottes. La densité linéique de courant circulant dans ces dernières est donc nulle (2.19) :

$$\Theta = \frac{2p B_0}{\pi \mu_0 \mu_{ra}} \sum_{m=0}^{\infty} (F_3(d) - F_3(b)) \sin n \xi_{max} \cos n \alpha \quad (2.96)$$

Moteur à rotor externe

Magnétisation parallèle :

$$\Theta = \frac{2p B_0}{\pi \mu_0 \mu_{ra}} \sum_{m=0}^{\infty} [(F_1(a) - F_1(d)) F_2(\xi_{max}) + (F_3(a) - F_3(d)) \sin n \xi_{max} \cos \xi_{max}] \cos n \alpha \quad (2.97)$$

Magnétisation radiale :

$$\Theta = \frac{2p B_0}{\pi \mu_0 \mu_{ra}} \sum_{m=0}^{\infty} (F_3(a) - F_3(d)) \sin n \xi_{max} \cos n \alpha \quad (2.98)$$

Il est tout à fait possible de calculer le potentiel magnétique dans l'aimant. Cela implique d'effectuer l'intégrale sur les faces latérales de l'aimant en deux parties :

- la première en choisissant l'expression correspondante à $r < c$ et en l'intégrant jusqu'à $c = r - \Delta r$;
- la deuxième en choisissant l'expression correspondante à $r > c$ et en l'intégrant depuis $c = r + \Delta r$.

Comme les expressions utilisées ne sont pas valides lorsque $r = c$, il suffit de choisir un Δr suffisamment grand pour qu'elles ne divergent pas.

Les expressions (2.95) à (2.98) sont en fait des séries de Fourier de fonctions paires. Elles peuvent être écrites de manière générale :

$$\Theta(\alpha, r) = \sum_{m=0}^{\infty} m \Theta(r) \cos((2m+1)p\alpha) \quad (2.99)$$

L'induction est calculée en effectuant le gradient du potentiel magnétique d'après l'équation (2.20). Ce qui donne pour chacune de ses composantes :

$$B_r(\alpha, r) = \sum_{m=0}^{\infty} m B_r(r) \cos((2m+1)p\alpha) \quad (2.100)$$

$$B_t(\alpha, r) = \sum_{m=0}^{\infty} m B_t(r) \sin((2m+1)p\alpha) \quad (2.101)$$

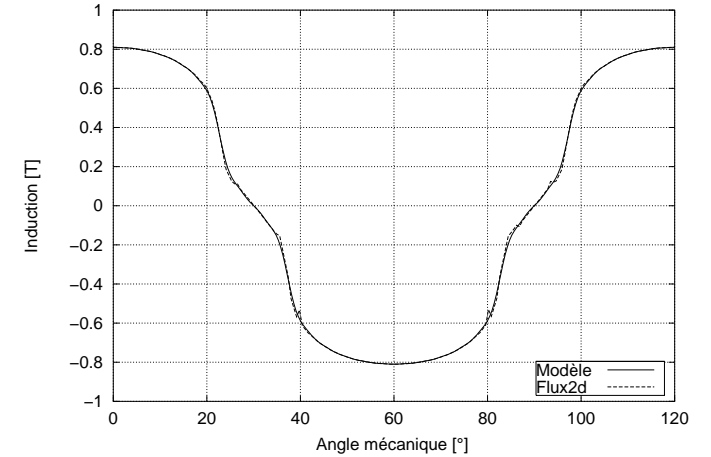


Fig. 2.11: Composante radiale de l'induction dans l'entrefer

A titre d'exemple, une comparaison a été effectuée avec les résultats d'un programme de calcul par éléments finis (*Flux2d*) pour le moteur 1 de l'annexe C sans encoche. Les deux composantes de l'induction dans l'entrefer lorsque $r = 7.9[mm]$ (à 0.2mm de la surface de l'aimant) sont représentées

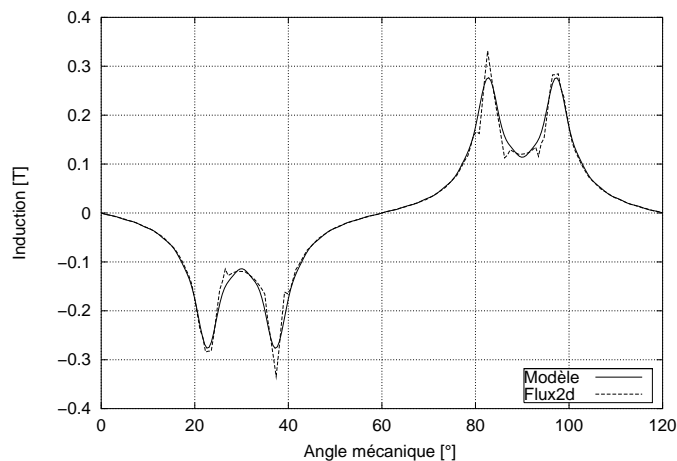


Fig. 2.12: Composante tangentielle de l'induction dans l'entrefer

aux figures 2.11 et 2.12. Les légères différences entre modèle et éléments finis sont dues :

- à des problèmes numériques aux environs des arêtes des aimants ;
- à un effet de filtrage dû au calcul par série de Fourier.

A noter que les composantes radiale du champ magnétique et tangentielle de l'induction ne sont pas continues à la surface de l'aimant.

2.3 Modélisation de l'entrefer - calcul du couple

2.3.1 Introduction

L'expression du couple réductant (ou couple dû à l'aimant seul) est obtenue en dérivant l'énergie magnétique¹ en fonction de la position du rotor ϵ .

$$M_a = \frac{dW_{mag}}{2d\epsilon} \quad (2.102)$$

Cette énergie magnétique peut être estimée de plusieurs manières différentes. Dans tous les cas il s'agit de bien connaître la distribution de l'induction dans l'entrefer ainsi que l'effet des encoches sur cette distribution. Pour ce faire, nous établirons un schéma magnétique équivalent de l'entrefer qui servira de squelette au reste de la méthode. Puis nous étudierons l'effet d'une encoche dans l'entrefer en deux temps : sans, puis avec présence d'un aimant. A partir des résultats obtenus, nous calculerons l'énergie magnétique dans l'entrefer.

2.3.2 Schéma magnétique équivalent - perméance infinitésimale

La figure 2.13 représente les lignes de flux dans un moteur à rotor interne magnétisé de manière parallèle et sans saturation. Cette figure a été obtenue au moyen d'une simulation par éléments finis. Elle montre que le flux suit deux chemins d'un pôle à l'autre : le premier passe par le stator et le second est un flux de fuite. Il y a donc deux circuits magnétiques différents tels que représentés à la figure 2.14.

La notion de perméance est définie dans [4] pour un tube d'induction, c'est-à-dire dans un volume où le module de l'induction est constant. Cette notion peut être étendue à un tube de flux caractérisé par le flux qui le traverse Φ et la différence de potentiel magnétique à ses bornes Θ . La relation $\Phi = \Lambda \Theta$ reste valable. La figure 2.15 représente un tel tube de flux pour une géométrie d'entrefer simplifiée avec une perméabilité du fer infinie. Lorsque la perméabilité du fer n'est pas infinie ou qu'il y a un aimant dans l'entrefer, il s'agit de donner une taille infinitésimale au tube

¹ Il s'agit de l'énergie magnétique de source telle que définie dans [4].

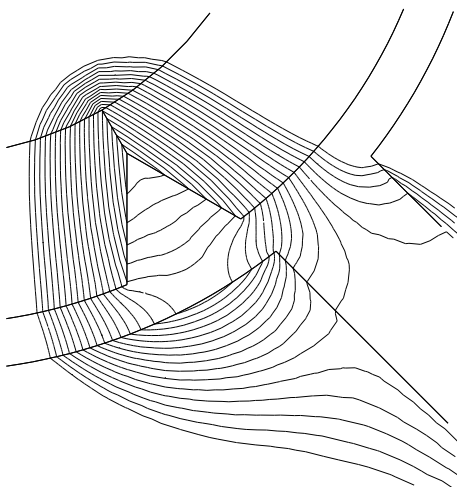


Fig. 2.13: Lignes équiflux

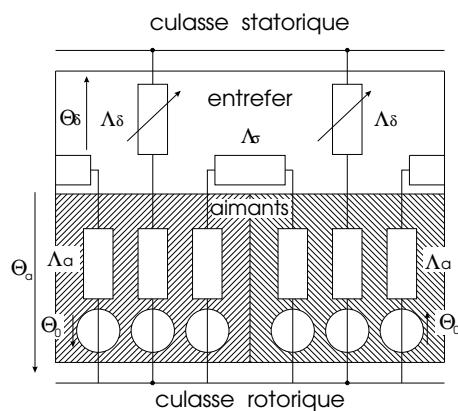


Fig. 2.14: Schéma magnétique équivalent pour deux pôles

de flux pour pouvoir conserver cette notion. En effet, la différence de potentiel magnétique à ses bornes (surface de l'aimant - culasses) varie alors en fonction de la position. Ce qui conduit à la définition d'une fonction perméance infinitésimale.

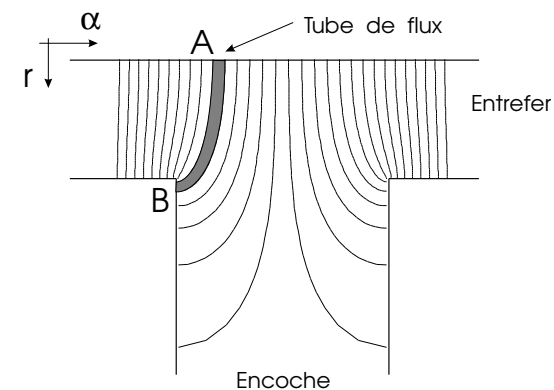


Fig. 2.15: Lignes équiflux pour une encoche infinie et un entrefer déplié

La fonction perméance infinitésimale d'entrefer $\Delta\Lambda_\delta(\alpha)$ peut être définie comme la perméance du tube de flux infinitésimal de surface $\Delta A(s)$ qui coupe la surface du rotor au point $A(r, \alpha)$ et le stator au point B. La variable s représente l'abscisse curviligne du tube de flux.

Dans ce qui suit, le flux, la perméance, l'induction et la différence de potentiel magnétique sont relatifs à un tube de flux infinitésimal qui coupe la surface du rotor en l'angle α .

$$\Delta\Lambda_\delta(\alpha) = \frac{1}{\int_A^B \frac{ds}{\mu \Delta A(s)}} \quad (2.103)$$

Le flux qui lui est associé peut être exprimé par :

$$\Delta\Phi(\alpha) = \vec{B}(s, \alpha) \cdot \Delta\vec{A}(s) \quad (2.104)$$

En effectuant le produit scalaire au point (r, α) , on obtient :

$$\Delta\Phi(\alpha) = B_r(\alpha) l_a r \Delta\alpha \quad (2.105)$$

Il est également possible de définir une perméance infinitésimale interne d'aimant $\Delta\Lambda_a(\alpha)$ (entre la culasse rotorique et la surface de l'aimant) et une perméance infinitésimale de fuite $\Delta\Lambda_\sigma(\alpha)$ (entre la surface de l'aimant et le plan séparant les deux pôles).

La perméabilité magnétique du fer n'étant pas prise en compte, les équations des deux circuits magnétiques sont les suivantes :

$$\Theta_0(\alpha) = \left(\frac{1}{\Delta\Lambda_a(\alpha)} + \frac{1}{\Delta\Lambda_\delta(\alpha)} \right) \Delta\Phi(\alpha) \quad (2.106)$$

$$\Theta_0(\alpha) = \left(\frac{1}{\Delta\Lambda_a(\alpha)} + \frac{1}{\Delta\Lambda_\sigma(\alpha)} \right) \Delta\Phi(\alpha) \quad (2.107)$$

L'énergie magnétique d'un tube de flux peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \Delta W_{mag} &= \Theta_0(\alpha) \Delta\Phi(\alpha) \\ &= \Theta_0(\alpha) B_r(\alpha) l_a r \Delta\alpha \end{aligned} \quad (2.108)$$

ou encore :

$$\Delta W_{mag} = \frac{\Theta_0^2(\alpha)}{\frac{1}{\Delta\Lambda_a(\alpha)} + \frac{1}{\Delta\Lambda_\delta(\alpha)}} \quad (2.109)$$

$$\Delta W_{mag\sigma} = \frac{\Theta_0^2(\alpha)}{\frac{1}{\Delta\Lambda_a(\alpha)} + \frac{1}{\Delta\Lambda_\sigma(\alpha)}} \quad (2.110)$$

Afin de pouvoir calculer cette énergie magnétique, il s'agit de déterminer l'influence des encoches sur la répartition de l'induction dans l'entrefer. Dans un premier temps, nous examinerons l'effet d'une encoche dans un entrefer sans aimant puis nous étudierons ensuite son effet sur le flux créé par l'aimant.

2.3.3 Effet des encoches dans un entrefer sans aimant

Le calcul de la chute d'induction dans l'entrefer due aux encoches a fait l'objet de nombreuses études dont la plus célèbre est celle de F.W. Carter [15] publiée en 1901. Elle est également le sujet de [16]. L'astuce de cette

étude consiste en l'utilisation d'une transformation conforme (Schwarz-Christoffel) pour obtenir une géométrie plus simple. Nous nous bornerons ici à rappeler les notions essentielles et à donner les hypothèses avec lesquelles elles ont été utilisées.

La figure 2.16, qui représente les deux plans de la transformation, est tirée de [15]. Cette transformation conforme envoie tout point du plan de départ ($\zeta = \xi + j\eta$) vers le point ($z = x + jy$) avec² :

$$\begin{aligned} z &= \frac{\delta}{\pi} \ln \left(\frac{v^2}{2} - \zeta - \frac{1}{\zeta} - \left(\sqrt{\zeta} + \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \right) \sqrt{\zeta + \frac{1}{\zeta} - v^2 - 2} \right) \\ &\quad - \frac{\delta j v}{\pi} \ln \left(\frac{2}{\sqrt{v^2 + 4}} \frac{\sqrt{\zeta + \frac{1}{\zeta} - v^2 - 2} + j \frac{v}{2} \left(\sqrt{\zeta} + \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \right)}{\sqrt{\zeta} - \frac{1}{\sqrt{\zeta}}} \right) \end{aligned} \quad (2.111)$$

où v désigne le quotient du rapport largeur d'encoche - entrefer.

Dans cette transformation, les points O et B sont envoyés à l'infini ; le demi-axe $O - \xi$ est transformé en la ligne correspondant à la surface du rotor ; le demi-axe $O\xi$ est transformé en la surface du stator avec encoche. Dans le cas où on applique une différence de potentiel magnétique constante Θ_0 entre le demi-axe $O - \xi$ et le demi-axe $O\xi$, les équipotentiels sont des demi-cercles centrés en l'origine et les équipotentielles sont les demi-droites qui leur sont perpendiculaires. La figure 2.16 illustre la transformation de ces lignes caractéristiques.

Le flux circulant dans le demi-anneau du plan de ζ ayant pour bord intérieur et extérieur les demi-cercles de rayon ρ et $\rho + \Delta\rho$ (voir figure 2.16(a)) s'écrit [16] :

$$\Delta\Phi = l_a \mu_0 \frac{\Theta_0}{\delta \pi} \left(\ln \frac{\rho}{\rho + \Delta\rho} \right) \Delta\rho \quad (2.112)$$

La perméance magnétique s'obtient en divisant $\Delta\Phi$ par Θ_0 .

$$\Delta\Lambda_\delta(\rho) = \frac{l_a \mu_0}{\delta \pi} \left(\ln \frac{\rho}{\rho + \Delta\rho} \right) \Delta\rho \quad (2.113)$$

² Pour pouvoir utiliser cette expression par la suite, l'encoche du plan des z doit être symétrique autour de l'axe des ordonnées. Pour ce faire, il s'agit de soustraire la partie réelle de $z(\zeta = j)$ au z obtenu.

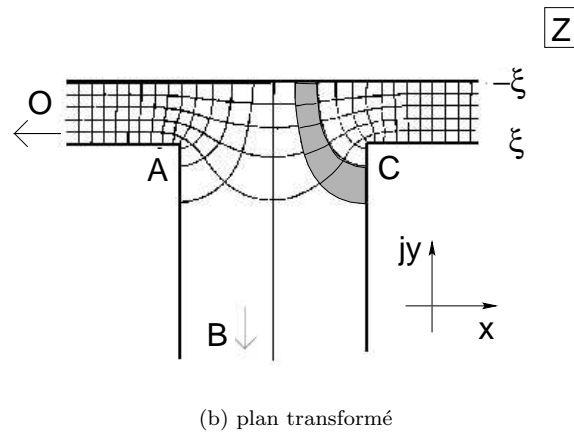
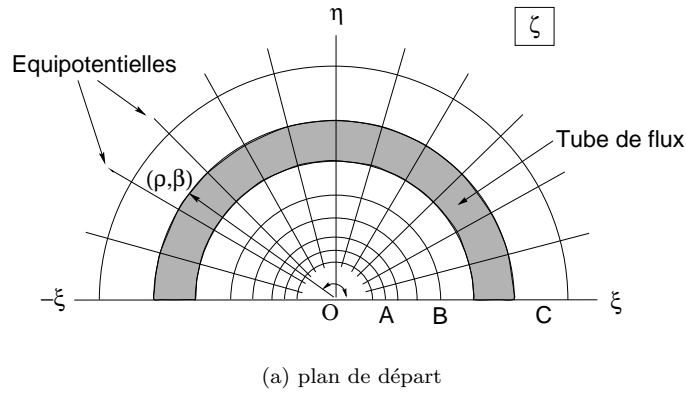


Fig. 2.16: Transformation conforme de Carter

Il suffit ensuite d'obtenir $\rho(z)$ numériquement à partir de (2.111). Cette équation étant complexe, une méthode numérique vectorielle a été utilisée [17]. A titre d'exemple, la figure 2.17 représente la valeur normalisée de cette perméance pour un entrefer de 0.6 mm et une encoche de 2mm.

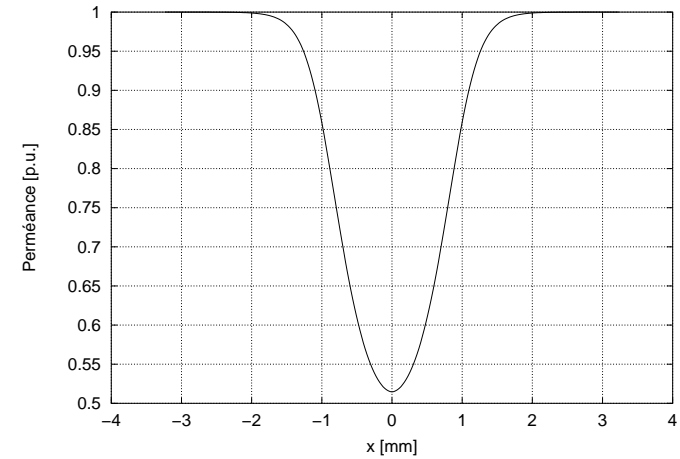


Fig. 2.17: Fonction perméance d'entrefer normalisée

Le potentiel magnétique de toute demi-droite équipotentielle faisant un angle β avec l'axe $O\xi$ est égal à :

$$\Theta(\beta) = \frac{\Theta_0}{\pi} \beta \quad (2.114)$$

Il est également possible d'exprimer $\Delta\Phi$ en fonction d'un flux de référence $\Delta\Phi_0$ qui correspond au flux qui circulerait dans un anneau $\rho, \rho + \Delta\rho$ d'un entrefer sans encoche :

$$\Delta\Phi = \frac{\Delta\Phi_0}{\pi} \left(\ln \frac{\rho}{\rho + \Delta\rho} \right) \quad (2.115)$$

On peut donc calculer le flux en tout point de l'entrefer d'un moteur avec encoches à partir de l'expression du flux d'un moteur sans encoche. En

divisant par $\Delta\rho$ et faisant tendre ce terme vers zéro, on obtient une densité de flux égale à l'induction dans l'entrefer :

$$B(\rho) = \frac{B_0}{\pi} \lim_{\Delta\rho \rightarrow 0} \left(\ln \frac{\rho}{\rho + \Delta\rho} \right) \quad (2.116)$$

La figure 2.18 représente la valeur relative ($B_{re} = B/B_0$) de cette induction pour un entrefer de 3.1mm et une encoche de 2mm à une distance verticale de 6mm de l'encoche. Cette valeur relative représente la variation de

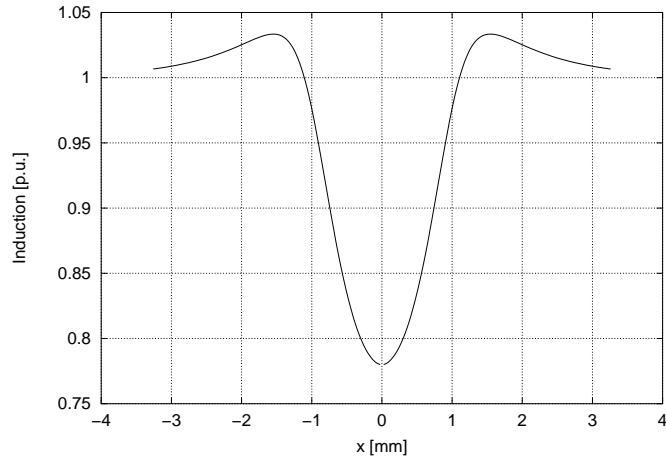


Fig. 2.18: Induction en face d'une encoche infinie

l'induction en tout point de l'entrefer due à l'encoche. Il s'agit d'une fonction du plan (x,y) . Cette fonction peut être projetée dans une géométrie circulaire correspondant à l'entrefer de l'aimant (α, r) , puis décomposée en série de Fourier :

$$B_{re}(\alpha, r) = \sum_{k=0}^{\infty} {}^k B_{rer}(r) \cos(k z \alpha) + {}^k B_{rei}(r) \sin(k z \alpha) \quad (2.117)$$

Dans ce cas, B_{re} est une fonction paire et ne contient donc que des harmoniques réelles (en cos). Ce n'est pas forcément toujours le cas : par exemple

pour un moteur monophasé, l'encoche créant la dissymétrie introduit des harmoniques en sinus dans cette fonction.

A partir des mêmes considérations, il est possible de définir un potentiel relatif Θ_{re} calculé à partir de (2.114).

Il est également possible de calculer B_{re} et Θ_{re} pour des géométries plus complexes. Dans [16], l'auteur modélise une encoche de profondeur finie par la même méthode en faisant appel à des fonctions hyperboliques. Cependant pour calculer l'effet d'une encoche réelle, il convient d'utiliser une méthode numérique [18] ou de se rabattre sur une méthode approchée (cercles et droites) qui peut donner des résultats suffisamment précis. Une autre approche a finalement été employée dans un souci de précision et de maintien du caractère général de la méthode. Cette approche est développée à la section suivante.

2.3.4 Modélisation par différences finies

Afin de modéliser la fonction perméance d'entrefer d'un moteur monophasé, une méthode sommaire de calcul par différences finies a été développée. Il s'agissait de pouvoir simuler l'influence d'une dissymétrie quelconque sur la fonction perméance d'entrefer. Il s'agit de résoudre l'équation de Laplace (2.21) dans l'entrefer avec des conditions aux limites de Dirichlet (perméabilité du fer supposée infinie). Dans le plan cette équation s'exprime comme :

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} = 0 \quad (2.118)$$

Cette équation a été résolue par la méthode des différences finies [9],[25]. Cette méthode consiste en une discrétisation de la surface utilisée tel que présenté à la figure 2.19. Les limites de cette surface sont représentées en trait continu. Le potentiel magnétique est défini au début du calcul en ces points (problème de Dirichlet). Il n'y a pas de limites sur les côtés droite et gauche de la surface représentée, l'entrefer est considéré comme étant cyclique : l'extrême droite est confondue avec l'extrême gauche. Deux points contigus sont séparés par une distance Δ . Chaque point peut être représenté par ses coordonnées discrètes $x_d = x/\Delta$ et $y_d = y/\Delta$. Le potentiel magnétique au point de coordonnées discrètes (x_d, y_d) est noté

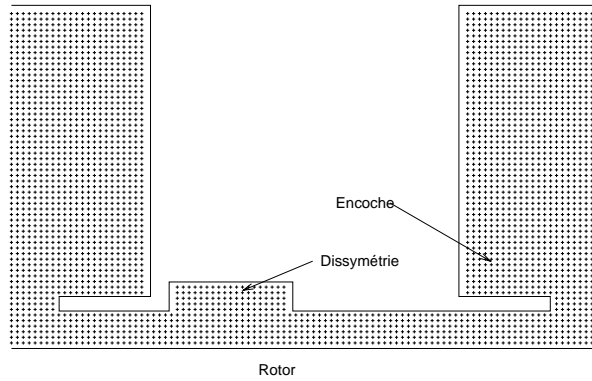


Fig. 2.19: Entrefer discrétisé

Θ_{x_d, y_d} . Le laplacien du potentiel magnétique en (x_d, y_d) peut être estimé à partir des valeurs du potentiel magnétique de ses voisins. Ce qui permet d'écrire l'équation de Laplace de la manière suivante :

$$\frac{\Theta_{x_d+1, y_d} - 2\Theta_{x_d, y_d} + \Theta_{x_d-1, y_d}}{\Delta^2} + \frac{\Theta_{x_d, y_d+1} - 2\Theta_{x_d, y_d} + \Theta_{x_d, y_d-1}}{\Delta^2} = 0 \quad (2.119)$$

Il s'agit ensuite d'écrire une équation de Laplace par point. Ce qui donne un système de N_p équations à N_p inconnues, où N_p est le nombre de points issus de la discrétisation. Ce système d'équations est ensuite résolu matriciellement :

$$\mathbf{A} \cdot \Theta = \mathbf{b} \quad (2.120)$$

La matrice \mathbf{A} est une matrice particulière qui ne contient pratiquement que des zéros. Le vecteur Θ_p représente les valeurs du potentiel magnétique en chaque point de la grille. Le vecteur \mathbf{b} contient les valeurs du potentiel magnétique aux limites. Lorsque le nombre de points devient important, il est indispensable d'utiliser des méthodes de calculs spécifiques aux matrices contenant une majorité d'éléments nuls. Dans notre cas, plusieurs méthodes ont été testées. La méthode dite "Conjugate Gradient Squared" donne les meilleurs résultats lorsqu'elle est employée avec un préconditionneur de type "Incomplete LU". Pour plus de précision sur

ces méthodes de calculs et leur implémentation, se référer à [25], [26] et à [27].

Cette méthode de calcul par différences finies donne des résultats satisfaisants. Elle donne des résultats identiques à la méthode de calcul par transformation conforme lorsque le rapport ouverture de pré-encoche - entrefer est petit. Elle s'en distingue toutefois par les points suivants :

- temps de calcul beaucoup plus important ;
- exigence d'un pas d'intégration (Δ) petit pour obtenir des résultats précis. En effet, la position des points limites de la surface d'intégration est déterminée avec un pas de $\Delta/2$;
- meilleure précision lorsque la préencoche est importante par rapport à l'entrefer ;
- possibilité de simuler toute forme d'entrefer.

Cette méthode pourrait être améliorée en définissant une méthode de maillage plus complexe. Ceci permettrait d'augmenter le pas d'intégration dans les régions où il n'est pas nécessaire d'en avoir un si petit. Cette méthode n'a été utilisée que dans les cas où elle est indispensable (forme d'entrefer particulière). Lorsque ça n'est pas spécialement mentionné, la méthode de transformation conforme a été appliquée.

2.3.5 Effet de l'encoche dans un entrefer avec aimant

[22] démontre³ que l'aimant n'influence pas la direction des lignes de champ en face d'une encoche, pour autant qu'on néglige l'influence des faces latérales de l'aimant. Ce phénomène est illustré par la figure 2.20 : l'aimant ne semble pas avoir d'effet sur la distribution des lignes de champ.

Dans le cas d'un moteur réel magnétisé de manière parallèle, les choses sont différentes : l'aimant influence la direction des lignes de champ (figure 2.13). Toutefois lorsque la direction de magnétisation est dans l'axe de l'encoche, l'influence de l'aimant est relativement faible.

Dans ce qui suit, nous ferons l'hypothèse suivante :

la présence de l'aimant n'influence pas la variation due à l'encoche de l'induction dans l'entrefer⁴.

³ La démonstration n'est toutefois pas entièrement convaincante.

⁴ En dehors de la variation due à sa perméabilité magnétique.

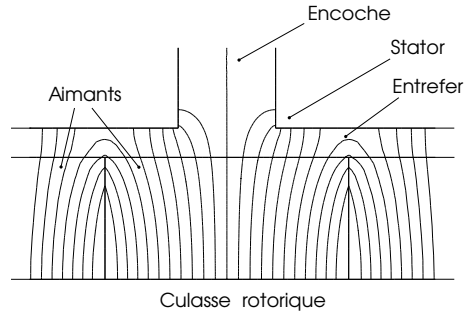


Fig. 2.20: Lignes de flux dans l'entrefer en face d'une encoche

En d'autres termes, il est possible de calculer la composante radiale de l'induction dans l'entrefer d'un moteur à aimants permanents avec encoches de la manière suivante :

- calcul de la composante radiale de l'induction B_r dans l'entrefer d'un moteur sans encoche au moyen de la méthode des courants équivalents (2.100) ;
- calcul de la variation de l'induction due à l'encoche B_{re} dans un entrefer équivalent δ_{eq} sans aimant (2.117). Avec :

$$\delta_{eq} = \delta + \frac{e_a}{\mu_{ra}} \quad (2.121)$$

- calcul de l'induction résultante en multipliant les deux termes précédemment calculés :

$$B_{r\delta}(\alpha, r) = \left[\sum_{m=0}^{\infty} {}^m B_r(r) \cos((2m+1)p\alpha) \right] \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} {}^k B_{rer}(r) \cos(kz\alpha) + {}^k B_{rei}(r) \sin(kz\alpha) \right] \quad (2.122)$$

Cette hypothèse a été vérifiée au moyen de simulations réalisées avec un logiciel de calcul à éléments finis. La figure 2.21 illustre la comparaison entre le modèle et la simulation par éléments finis pour le moteur 1 de l'annexe C .

Cette hypothèse s'applique aussi au potentiel magnétique et permet de calculer la composante tangentielle de l'induction dans l'entrefer à partir

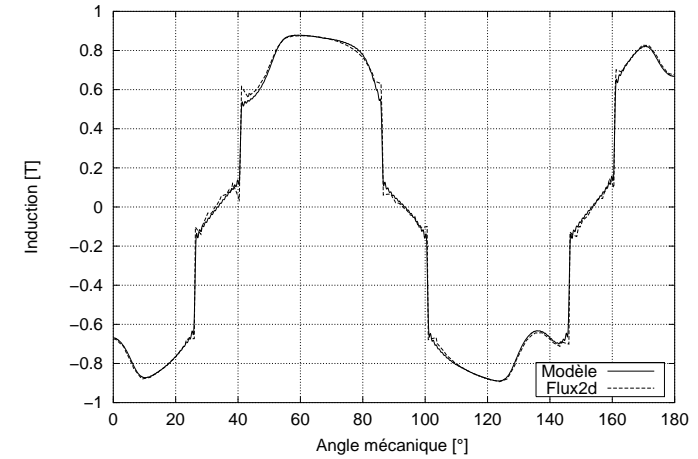


Fig. 2.21: Composante radiale de l'induction à la surface de l'aimant

de (2.20) :

$$\begin{aligned} B_{t\delta}(\alpha, r) &= \frac{d\Theta(\alpha, r)}{d\alpha} \\ &= \frac{d\Theta_{re}(\alpha, r)}{d\alpha} \Theta(\alpha, r) + \frac{d\Theta(\alpha, r)}{d\alpha} \Theta_{re}(\alpha, r) \end{aligned} \quad (2.123)$$

Les figures 2.22 et 2.23 représentent respectivement la composante tangentielle et le module de l'induction à la surface de l'aimant pour le moteur 1 de l'annexe C .

2.3.6 Calcul du couple

Plusieurs méthodes de calcul du couple réductant ont été imaginées dans le cadre de ce travail :

- dans un premier temps, le couple a été calculé au moyen des éléments du circuit magnétique équivalent et des équations (2.109) et (2.110). Les éléments du schéma magnétique équivalent sont déterminés à l'annexe B. Cette méthode ne donne pas des résultats satisfaisants dans tous les

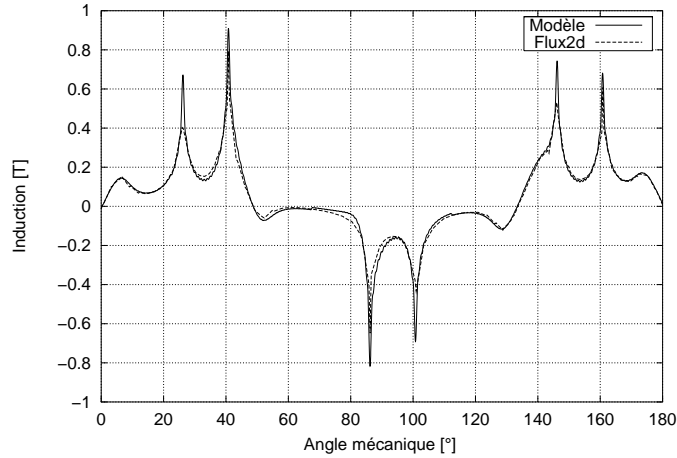


Fig. 2.22: Composante tangentielle de l'induction à la surface de l'aimant

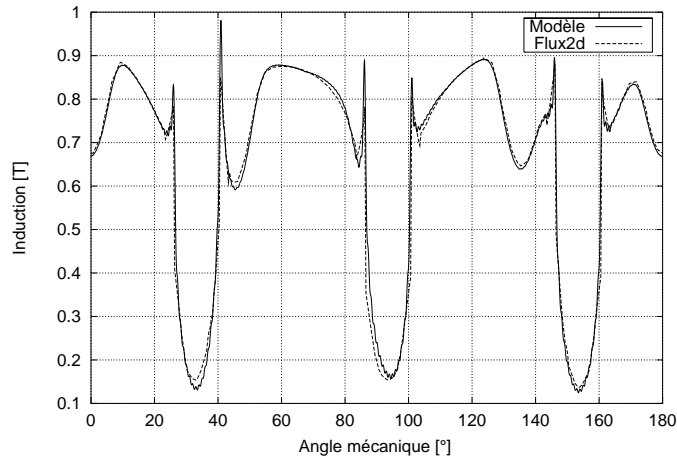


Fig. 2.23: Module de l'induction à la surface de l'aimant

cas : elle est particulièrement imprécise pour des moteurs bipolaires. D'autre part elle n'apporte pas plus de précision dans les autres cas testés ;

- la seconde méthode est construite à partir de l'équation (2.108) en utilisant (2.122) pour le calcul de la composante radiale de l'induction. Cette méthode donne généralement d'assez bons résultats : c'est elle qui sera développée dans la suite du texte. Ceci est probablement dû au fait que, dans cette méthode, les grandeurs nécessaires (flux, potentiel) sont estimées en un seul endroit (dans l'entrefer) ;
- une dernière méthode à partir du tenseur de Maxwell a été testée sans grand succès. La précision de l'approximation des composantes radiale et tangentielle n'est encore pas assez précise pour cette méthode (voir annexe B.4).

Le couple est calculé au moyen de l'équation (2.102). Pour ce faire, il s'agit d'exprimer l'énergie magnétique totale (entrefer + aimant) en fonction de la position du rotor. Ceci peut être réalisé en utilisant l'équation (2.108) :

$$dW_{mag}(\alpha, \epsilon) = \lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} \Theta_0(\alpha - \epsilon) B_r(\alpha) l_a r \Delta\alpha \quad (2.124)$$

L'énergie magnétique est ensuite obtenue en intégrant dW_{mag} en fonction de α :

$$W_{mag}(\epsilon) = \int_0^{2\pi} dW_{mag}(\alpha, \epsilon) \quad (2.125)$$

Il est possible de calculer chacune des composantes de l'équation (2.124) dans l'entrefer. Les meilleurs résultats ont été obtenus jusqu'ici lorsque toutes les grandeurs sont calculées pour une même valeur de r . La différence de potentiel magnétique est obtenue à partir de l'équation (2.99) et elle est adaptée pour obtenir la différence de potentiel magnétique due à l'aimant⁵ :

$$\begin{aligned} \Theta_0(\alpha - \epsilon, r) &= \frac{\delta + \frac{e_a}{\mu r a}}{|r - r_{stator}|} \Theta(\alpha - \epsilon, r) \\ &= \frac{\delta + \frac{e_a}{\mu r a}}{|r - r_{stator}|} \sum_{m=0}^{\infty} m \Theta(r) \cos((2m + 1)p(\alpha - \epsilon)) \quad (2.126) \end{aligned}$$

⁵ Il s'agit de prendre une valeur de r suffisamment différente de r_{stator} pour que l'équation (2.126) ne diverge pas.

De même, il est possible d'exprimer l'induction à la surface de l'aimant à partir de l'équation (2.122) :

$$B_{r\delta}(\alpha, \epsilon, r) = \left[\sum_{m=0}^{\infty} m B_r(r) \cos((2m+1)p(\alpha - \epsilon)) \right] \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} k B_{rer}(r) \cos(kz\alpha) + k B_{rei}(r) \sin(kz\alpha) \right] \quad (2.127)$$

Les calculs peuvent être effectués grâce aux propriétés des séries de Fourier. La résolution complète jusqu'à l'obtention du couple est purement mathématique, elle est esquissée dans [24]. On obtient alors le couple réductant :

$$M_a = \frac{\pi l_a r}{4} \sum_{k=1}^{\infty} k p' z \left(k p' B_{rei}(r) \cos(k p' z \epsilon) - k p' B_{rer}(r) \sin(k p' z \epsilon) \right) \cdot \left[\sum_{m=0}^{\infty} m B_r(r) \left((k z' - m - 1) \Theta + (k z' + m) \Theta + (m - k z') \Theta \right) \right] \quad (2.128)$$

p' et z' sont, respectivement, le quotient de $2p$ et z par leur plus grand diviseur commun. A noter que dans (2.128), les harmoniques de Θ sont non nulles si leur rang est inférieur à zéro. Cette méthode permet une résolution très rapide adaptée à une étude paramétrique. Le choix du nombre de paires de pôles et du nombre d'encoches déterminent l'amplitude du couple réductant : s'ils n'ont aucun diviseur commun, les premiers rangs harmoniques du couple sont nuls. Lorsque c'est le cas, l'induction et sa variation due à l'encoche doivent être connues avec d'autant plus de précision. Dans le cas d'un moteur bipolaire, l'induction due à l'aimant est purement sinusoïdale (voir annexe B.3) : ceci permet le calcul précis du couple réductant.

La figure 2.24 montre la comparaison entre les calculs effectués au moyen de ce modèle et une simulation réalisée à l'aide d'un logiciel de calcul par éléments finis pour le moteur 1 de l'annexe C. Dans ce cas, r a été choisi égal à $r_{stator} - 0.95 \delta$ de manière à effectuer le calcul dans l'entrefer, afin d'éviter les perturbations dues à la discontinuité des composantes radiale du champ magnétique et tangentielle de l'induction.

La figure 2.25 montre la comparaison entre trois méthodes de calcul et des mesures effectuées par ETEL S.A. sur un de ses moteurs. Cette comparaison a été réalisée sur la valeur de crête du couple réductant du moteur

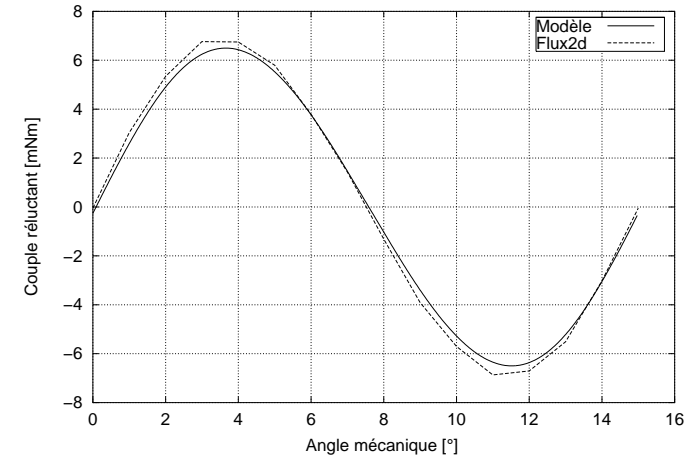


Fig. 2.24: Comparaison du couple réductant

1 de l'annexe C avec un entrefer variable ($\delta = 0.4 - 0.8[mm]$). Les deux premières courbes intitulées "Modèle" sont obtenues à partir du modèle décrit dans cette section. Les grandeurs sont calculées dans l'entrefer pour la première, et à la surface du rotor pour la seconde, ceci afin d'illustrer ce qui a été décrit au paragraphe précédent. La courbe intitulée "Flux2d" correspond à une simulation par éléments finis.

Les principales différences entre simulation (Flux2d, modèles) et mesure s'expliquent, d'une part par le fait que la forme de l'encoche n'a pas été simulée de manière précise (seules les dimensions de la pré-encoche ont été prises en compte), d'autre part parce que l'effet de saturation n'a pas été introduit dans la simulation. Le modèle développé soutient la comparaison avec les mesures malgré ces restrictions.

2.4 Conclusion

Afin de calculer avec précision l'induction dans l'entrefer d'un moteur à aimants permanents, une méthode de calcul a été développée. Elle consiste

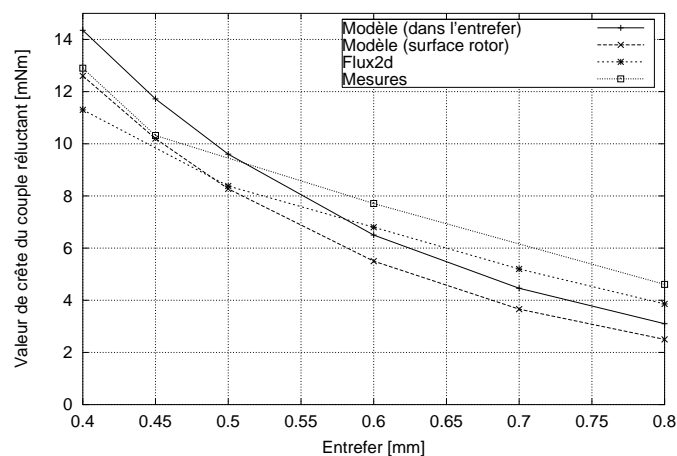


Fig. 2.25: Valeur de crête du couple réductant

en :

- une méthode de calcul du potentiel magnétique dans l'entrefer d'un moteur sans encoche. Cette méthode donne des résultats exacts pour autant qu'on néglige l'effet de la saturation. Elle permet de calculer l'induction en tout point de l'entrefer de moteurs magnétisés de manière radiale ou parallèle. Elle donne des résultats sous forme de séries de Fourier. Elle nécessite un temps de calcul très faible et permet la modélisation d'un grand nombre de configuration de moteurs (à rotor interne ou externe) ;
- une modélisation de l'effet d'une encoche sur l'induction dans l'entrefer. Cette modélisation s'appuie sur le fait que la variation, due à l'encoche, de l'induction dans l'entrefer n'est que peu influencée par la présence de l'aimant ;

Cette méthode de calcul peut également être utile pour d'autres applications que le calcul du couple réductant.

Le couple réductant a été calculé à partir des expressions de la composante radiale de l'induction et du potentiel magnétique dans l'entrefer. Cette méthode donne des résultats satisfaisants étant donné la difficulté

du problème posé. Elle s'applique également à un grand nombre de cas et permet une résolution très rapide. Ce dernier avantage est très utile lors de la réalisation d'une étude paramétrique.

L'étape suivante consisterait en l'amélioration du modèle de l'encoche afin de tenir compte de manière plus précise de sa géométrie. D'autre part, il serait également souhaitable de pouvoir modéliser l'effet de la saturation. Cette dernière exigence supprimerait toutefois le caractère universel de la méthode.

3. MOTEUR BIPOLAIRE À ROTOR EXTERNE

Sommaire

3.1	Introduction	56
3.2	Caractéristiques du moteur	58
3.2.1	Expression générale du couple mutuel	58
3.2.2	Couple mutuel du moteur bipolaire	60
3.2.3	Calcul du flux	62
3.2.4	Inductance propre	67
3.2.5	Effet de la perméabilité relative finie du fer	68
3.2.6	Effet des pertes fer	71
3.2.7	Échauffement	71
3.3	Dimensionnement	73
3.3.1	Introduction	73
3.3.2	Cahier des charges	73
3.3.3	Méthode classique	74
3.3.4	Choix de la dissymétrie	78
3.3.5	Épaisseur des culasses et épanouissements polaires	83
3.3.6	Résistance	84
3.3.7	Caractéristiques du moteur	87
3.4	Optimisation non-linéaire	88
3.4.1	Introduction	88
3.4.2	Application de la méthode	90
3.5	Conclusion	90

3.1 Introduction

Ce moteur a été choisi pour présenter l'application de la méthode de dimensionnement à une géométrie simple et originale telle que représentée à la figure 3.1.

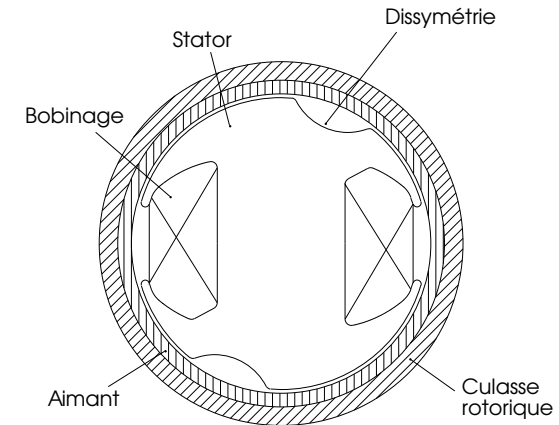


Fig. 3.1: Coupe transversale du moteur

Afin de pouvoir déterminer les dimensions du moteur correspondant au cahier des charges donné, il s'agit de disposer de relations caractérisant le moteur en fonction de ses dimensions. Ces relations sont de deux types :

- des relations déterminant de manière rapide mais grossière les paramètres principaux du moteur pour une première esquisse ;
- des relations précises mais complexes pour aboutir aux caractéristiques demandées.

Dans la première partie de ce chapitre, nous aborderons ces différentes relations en allant du modèle le plus général au plus simple. Dans la seconde, nous détaillerons la méthodologie de dimensionnement utilisée. Cette méthodologie inclut une méthode de dimensionnement classique à laquelle nous adjoindrons un algorithme d'optimisation non-linéaire afin d'accélérer le dimensionnement.

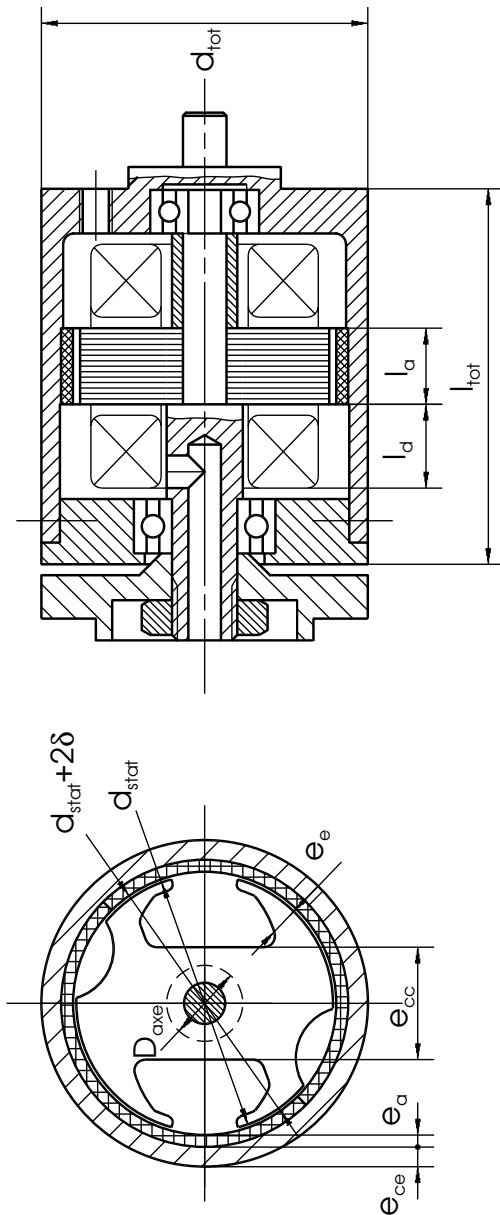


Fig. 3.2: Vue d'ensemble du moteur / définition des symboles

La figure 3.2 représente une vue d'ensemble d'un moteur monophasé de très faible longueur active. Les principaux symboles utilisés pour désigner les différentes parties du moteur sont représentés sur cette figure. Les paramètres de l'encoche et les différentes géométries possibles sont représentés aux figures 3.9 et 3.10.

3.2 Caractéristiques du moteur

3.2.1 Expression générale du couple mutuel

Afin de conserver le caractère général de la méthode, nous exprimerons le couple mutuel d'un moteur ayant un nombre quelconque de paires de pôles. Nous ferons l'hypothèse que la totalité du flux mutuel passe au travers de la bobine. Ce n'est pas le cas lorsqu'il y a plusieurs bobines non-concentriques. Dans ce dernier cas, le couple mutuel obtenu avec les relations présentées est à diviser par le nombre de paires de pôles p .

Le couple mutuel peut être obtenu de la même manière que le couple réactant à partir de la dérivée de l'énergie magnétique dans l'entrefer. Cette dernière peut être exprimée à partir du flux mutuel créé par l'aimant et de la différence de potentiel magnétique de la bobine :

$$W_{mag}(\epsilon) = p \Theta_b r l_a \int_0^{\pi/p} B_{r\delta}(\alpha, \epsilon, r) d\alpha \quad (3.1)$$

Le couple est ensuite obtenu en dérivant l'énergie magnétique en fonction du déplacement du rotor ϵ [4] :

$$\begin{aligned} M_{ab}(\epsilon) &= \frac{dW_{mag}}{d\epsilon} \\ &= p \Theta_b r l_a \int_0^{\pi/p} \frac{d}{d\epsilon} B_{r\delta}(\alpha, \epsilon, r) d\alpha \end{aligned} \quad (3.2)$$

En introduisant (2.127) dans cette équation, on obtient après résolution :

$$M_{ab}(\epsilon) = \sum_{m=0}^{\infty} [{}^m M_r \cos((2m+1)p\epsilon) + {}^m M_i \sin((2m+1)p\epsilon)] \quad (3.3)$$

avec, si $zk = (2m + 1)p$:

$${}^m M_r = \frac{1}{2} (2m+1)^{\frac{z}{p}} B_{rei} {}^m B_r \Theta_b r l_a \pi (2m + 1)p \quad (3.4)$$

$${}^m M_i = -\frac{1}{2} (2m+1)^{\frac{z}{p}} B_{rer} {}^m B_r \Theta_b r l_a \pi (2m + 1)p \quad (3.5)$$

si $zk \neq (2m + 1)p$:

$${}^m M_r = {}^m B_r \Theta_b r l_a p^3 (2m + 1)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2pm + p)^2 - z^2 k^2} \cdot \left[{}^k B_{rer} \left(1 + \cos \frac{\pi z k}{p} \right) + {}^k B_{rei} \sin \frac{\pi z k}{p} \right] \quad (3.6)$$

$${}^m M_i = -{}^m B_r p^2 \Theta_b r l_a z (2m + 1) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{(2pm + p)^2 - z^2 k^2} \cdot \left[{}^k B_{rer} \sin \frac{\pi z k}{p} - {}^k B_{rei} \left(\cos \frac{\pi z k}{p} + 1 \right) \right] \quad (3.7)$$

r peut être choisi dans l'entrefer du moteur à une faible distance de la surface de l'aimant (1-10% de δ).

Dans le cas d'un moteur monophasé, les configurations les plus courantes (bipolaires ou à griffes) ont un nombre de pôles statoriques égal au nombre de pôles rotoriques. Ceci implique $z = 2p$. Il n'y a alors plus aucun cas où $kz = (2m + 1)p$. Les équations (3.6) et (3.7) deviennent :

$${}^m M_r = 2 {}^m B_r \Theta_b r l_a p (2m + 1)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2m + 1)^2 - 4k^2} {}^k B_{rer} \quad (3.8)$$

$${}^m M_i = 4 {}^m B_r \Theta_b r l_a p (2m + 1) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{(2m + 1)^2 - 4k^2} {}^k B_{rei} \quad (3.9)$$

Le potentiel magnétique peut être exprimé par une série de Fourier :

$$\Theta_b = N \sum_{n=0}^{\infty} {}^n I_r \cos(n\epsilon) + {}^n I_i \sin(n\epsilon) \quad (3.10)$$

La valeur moyenne du couple mutuel est ensuite obtenue par intégration

de (3.3) sur un tour :

$$\bar{M}_{ab} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_{ab} d\epsilon \quad (3.11)$$

$$= r l_a N \sum_{m=0}^{\infty} n^m B_r \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\frac{n}{p} {}^n I_r {}^k B_{rer} + 2k {}^n I_i {}^k B_{rei}}{\frac{n^2}{p^2} - 4k^2} \quad (3.12)$$

$$n = (2m + 1)p \quad (3.13)$$

Ces relations sont valables pour tout moteur monophasé n'ayant qu'une bobine y compris les moteurs à griffes pour autant que le nombre de pôles rotoriques soit égal au nombre de pôles statoriques. Elles sont adaptées au moteur bipolaire à la section suivante.

3.2.2 Couple mutuel du moteur bipolaire

Le potentiel magnétique dans l'entrefer est purement sinusoïdal et se réduit donc à son fondamental (voir annexe B.3). La valeur de crête de l'induction est égale à celle correspondant au point de fonctionnement de l'aimant. Le même raisonnement s'applique également au potentiel magnétique :

$$B_r = \frac{B_0 e_a}{(\mu_{ra} \delta + e_a)} \quad (3.14)$$

$$\Theta_a = \frac{B_0 e_a}{\mu_0 \mu_{ra}} \quad (3.15)$$

Ces équations sont valables dans une entrefer redressé, lorsque l'on désire tenir compte de l'effet de courbure, on peut obtenir les mêmes grandeurs à partir des équations (2.76), (2.78) et (2.97). Les expressions de leur premier rang harmonique sont :

$$B_r = -\frac{B_0(d^2 - a^2)}{2(a^2 - b^2)} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \quad (3.16)$$

$$\Theta_a = \frac{(\delta + e_a) B_0(d^2 - a^2)(r + b)}{2\mu_0 r (a^2 - b^2)} \quad (3.17)$$

Il est également possible d'utiliser les équations de l'annexe A.3 afin de tenir compte de la perméabilité magnétique de l'aimant :

$$B_r = -\frac{B_0 \mu_{ra} d^2 (a^2 - d^2) \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right)}{d^4 + d^2 b^2 - a^2 d^2 - a^2 b^2 + \mu_{ra} (-d^4 + d^2 b^2 - a^2 d^2 + a^2 b^2)} \quad (3.18)$$

$$\Theta_a = \frac{(\mu_{ra} \delta + e_a) B_0 d^2 (a^2 - d^2) (r + b)}{\mu_0 r [d^4 + d^2 b^2 - a^2 d^2 - a^2 b^2 + \mu_{ra} (-d^4 + d^2 b^2 - a^2 d^2 + a^2 b^2)]} \quad (3.19)$$

Dès lors le calcul des couples mutuel et réductant ne pose plus aucun problème :

$$M_{ab}(\epsilon) = 2 B_r \Theta_b r l_a \left[\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{1 - 4k^2} {}^k B_{rer} \right) \cos(\epsilon) + \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k}{1 - 4k^2} {}^k B_{rei} \right) \sin(\epsilon) \right] \quad (3.20)$$

$$M_a(\epsilon) = \frac{\pi l_a r}{2} B_r \Theta_a [{}^1 B_{rei} \cos(2\epsilon) - {}^1 B_{rer} \sin(2\epsilon)] \quad (3.21)$$

Il est également possible de calculer la tension induite de la même manière :

$$u_i(\epsilon) = \frac{N M_{ab}(\epsilon) \Omega}{\Theta_b} \quad (3.22)$$

La valeur moyenne du couple devient :

$$\bar{M}_{ab} = r l_a N B_r \sum_{k=0}^{\infty} \frac{{}^1 I_r {}^k B_{rer} + 2k {}^1 I_i {}^k B_{rei}}{1 - 4k^2} \quad (3.23)$$

En négligeant le flux qui pénètre dans la pré-encoche :

$$\bar{M}_{ab} = r l_a N B_r {}^1 I_r \frac{\pi - 2\gamma}{\pi} \quad (3.24)$$

Lorsque l'encoche est petite, la précision peut être améliorée en utilisant le facteur de Carter (voir [22]). Cette dernière expression peut être également obtenue directement par un calcul élémentaire (voir [4]). De même, on obtient une valeur simplifiée de la tension induite en fonction de la position du rotor (à vitesse constante Ω) :

$$u_i = r l_a N B_r \frac{\pi - 2\gamma}{\pi} \Omega \cos(\epsilon) \quad (3.25)$$

A partir des équations (3.16) à (3.23), nous pouvons formuler les remarques suivantes :

- les couples mutuel et réductant sont purement sinusoïdaux ;
- seule l'harmonique de rang 1 de $B_{re}(\alpha)$ contribue au couple réductant. En effet, les fonctions potentiel magnétique et induction dans l'entrefer dus à l'aimant n'ont pas d'harmoniques. Le couple réductant est obtenu en effectuant une intégrale du produit de ces fonctions avec $B_{re}(\alpha)$ sur une période. Cette opération supprime toutes les harmoniques supérieures à 1 de $B_{re}(\alpha)$;
- seule la première harmonique du courant crée un couple utile. Ces expressions nécessitent un temps de calcul très limité.

3.2.3 Calcul du flux

Afin de dimensionner les culasses rotoriques et statoriques ainsi que la géométrie des épanouissements polaires, il s'agit de déterminer la valeur de crête du flux qui circule dans ces parties du moteur. Les flux circulant dans les culasses statoriques (Φ_s) et rotorique (Φ_r) peuvent être exprimés en fonction du flux circulant dans les épanouissements polaires (Φ_e) comme nous le verrons par la suite. La figure 3.3 représente les différents paramètres nécessaires au calcul de ce flux. Le but de ce calcul est de pouvoir ensuite déterminer l'épaisseur de l'épanouissement e_e en tout point de celui-ci. Cette épaisseur est représentée en gras à la figure 3.3. Pour effectuer les calculs, on se placera dans un système de coordonnées polaires, avec :

- ϵ : position du rotor (direction de magnétisation de l'aimant)
- ξ : position de l'épanouissement où le flux est calculé
- α : variable d'intégration

Le flux Φ_e coupant la section définie par e_e se décompose en deux termes :

- le flux créé par l'aimant : Φ_{ea} ;
- le flux créé par la bobine : Φ_{eb} .

Le flux dû à la bobine dépend du type d'alimentation du moteur. Nous supposons ici qu'on se trouve en régime nominal et que l'allure du courant est entièrement déterminée en fonction de la position du rotor.

Le flux total peut alors être exprimé en fonction de la position du rotor :

$$\Phi_e(\xi, \epsilon) = \Phi_{ea}(\xi, \epsilon) + \Phi_{eb}(\xi) \quad (3.26)$$

Il s'agit ensuite de calculer chacune des composantes du flux en fonction de la position du rotor.

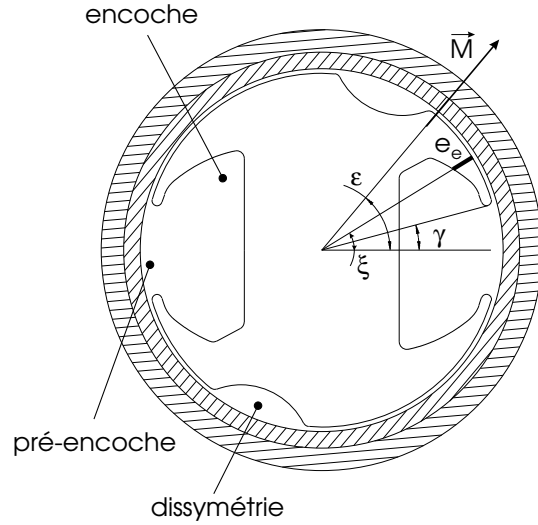


Fig. 3.3: Paramètres pour le calcul du flux

Flux dû à l'aimant

Pour ce calcul nous effectuerons les hypothèses suivantes :

- le fer a une perméabilité infinie ;
- les flux de fuite (entre les pôles de l'aimant) dans l'entrefer sont négligeables ;
- tout le flux pénétrant dans la pré-encoche passe dans les épanouissements polaires ;
- le flux pénétrant dans l'encoche est négligeable.

Ces flux peuvent être calculés au moyen de l'intégrale de l'induction dans l'entrefer (2.122) entre deux angles limites (α_i et α_s) qu'il s'agit de déterminer.

$$\Phi(\xi, \epsilon) = l_a r \int_{\alpha=\alpha_i}^{\alpha_s} B_{r\delta}(\alpha, \epsilon) d\alpha \quad (3.27)$$

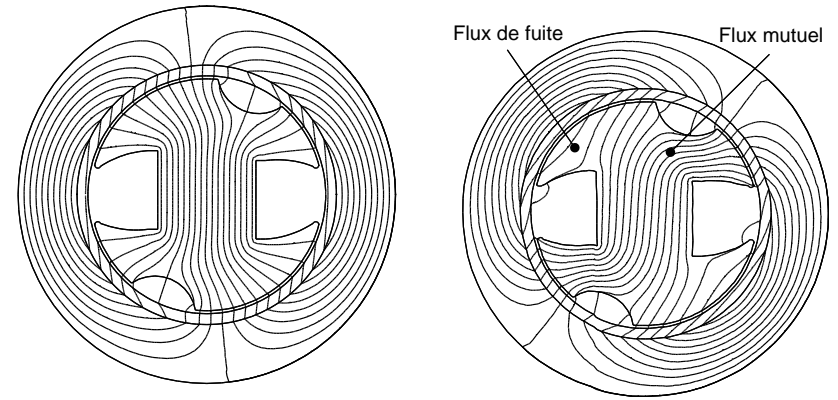


Fig. 3.4: Cheminement du flux pour $\epsilon = 90^\circ$ et $\epsilon = 50^\circ$

Le flux circulant dans les épanouissements polaires $\Phi_e(\xi, \epsilon)$ peut être un flux mutuel ou un flux de fuite suivant la position du rotor (Voir figure 3.4).

Il est possible de prouver que la valeur maximale du flux est atteinte lorsque ce dernier est de type mutuel. Dans ce cas, le flux provient de l'extrémité de l'épanouissement. La borne inférieure d'intégration sera donc $\alpha_i = 0$. La borne supérieure d'intégration correspond au point où l'on désire calculer le flux ($\alpha_s = \xi$).

Le flux mutuel circulant dans l'épanouissement peut être déterminé par intégration à partir de l'équation (3.27) :

$$\Phi_{ea}(\xi, \epsilon) = l_a r \int_0^\xi B_{r\delta}(\alpha, \epsilon) d\alpha \quad (3.28)$$

Après intégration, on obtient :

$$\Phi_{ea}(\xi, \epsilon) = C \cos(\epsilon) + D \sin(\epsilon) \quad (3.29)$$

Avec :

$$C = \frac{B_r l_a r}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1} \left\{ [(2k-1) \sin(2k+1)\xi + (2k+1) \sin(2k-1)\xi]^k B_{rer} - [(2k-1) \cos(2k+1)\xi + (2k+1) \cos(2k-1)\xi - 4k]^k B_{rei} \right\} \quad (3.30)$$

$$D = \frac{B_r l_a r}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1} \left\{ [-(2k-1) \sin(2k+1)\xi + (2k+1) \sin(2k-1)\xi]^k B_{rei} + [-(2k-1) \cos(2k+1)\xi + (2k+1) \cos(2k-1)\xi - 2]^k B_{rer} \right\} \quad (3.31)$$

L'induction B_r est obtenue à partir des équations (3.16) à (3.14).

Flux dû à la bobine

La perméance mutuelle est calculée avec les hypothèses suivantes :

- la saturation est négligée ;
- la perméance mutuelle ne varie pas avec la position ;
- les perméances de fuite (entre les pôles et dans l'encoche) ne sont pas prises en compte ;

Le flux dû à la bobine peut alors être calculé de la même manière que le flux dû à l'aimant. Pour ce faire, on utilisera un entrefer équivalent égal à :

$$\delta_{eq} = \delta + \frac{e_a}{\mu_{ra}} \quad (3.32)$$

La différence de potentiel magnétique "aux bornes" de l'entrefer est égale à la moitié du potentiel magnétique créé par la bobine. Le flux peut donc être exprimé à partir du produit de Θ_b par l'intégrale de l'équation (2.117) et par la perméance de l'entrefer équivalent :

$$\begin{aligned} \Phi_{eb}(\xi, \epsilon) &= \frac{1}{2} \Theta_b(\epsilon) \frac{\mu_0 l_a r}{\delta_{eq}} \int_0^\xi B_{re}(\alpha, r) d\alpha \\ &= \frac{\Theta_b(\epsilon) \mu_0 l_a r}{2 \delta_{eq}} \left[{}^0 B_{rer} \xi + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k B_{rer}}{k z} \sin(k z \xi) - \frac{k B_{rei}}{k z} \cos(k z \xi) \right] \end{aligned} \quad (3.33)$$

Le flux dû à la bobine est obtenu en remplaçant Θ_b par son expression de l'équation (3.10). Le flux total est ensuite obtenu à partir de l'équation (3.26).

Le flux circulant dans la culasse statorique est obtenu en effectuant les intégrales des équations (3.28) et (3.33) de 0 à π , ce qui revient à poser $\xi = \pi$ dans ces équations :

$$\Phi_s(\epsilon) = \Phi_\epsilon(\xi = \pi, \epsilon) \quad (3.34)$$

Le flux circulant dans la culasse rotorique est égal à la moitié du flux statorique :

$$\Phi_r(\epsilon) = \frac{\Phi_s(\epsilon)}{2} \quad (3.35)$$

En remplaçant dans (3.29) et (3.33), on obtient :

$$\begin{aligned} \Phi_s(\epsilon) &= 2 B_r l_a r \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1} [2 k^k B_{rei} \cos(\epsilon) - k B_{rer} \sin(\epsilon)] \\ &+ \frac{\Theta_b(\epsilon) \mu_0 l_a r}{2 \delta_{eq}} \left[{}^0 B_{rer} \pi - \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kz} \frac{k B_{rei}}{k z} \right] \end{aligned} \quad (3.36)$$

Simplification

Le fait de devoir déterminer B_{re} pour calculer le flux peut être long. Dans ce qui suit, nous admettrons les hypothèses suivantes :

- le flux pénétrant dans l'encoche est négligeable ;
- l'effet de la dissymétrie sur le flux est négligeable.

Cette dernière hypothèse peut induire une erreur de l'ordre de 10%. Cependant cette erreur ne conduit qu'à un surdimensionnement des tôles. Le maximum du flux est alors atteint lorsque $\epsilon = \frac{\gamma + \xi}{2}$.

$$\widehat{\Phi}_e = 2 l_a r B_r \sin\left(\frac{\xi - \gamma}{2}\right) + \frac{1}{2} \Theta_b\left(\frac{\gamma + \xi}{2}\right) \frac{\mu_0 l_a r}{\delta_{eq}} (\xi - \gamma) \quad (3.37)$$

$$\widehat{\Phi}_s = 2 l_a r B_r \sin\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) + \frac{1}{2} \Theta_b\left(\frac{\pi}{2}\right) \frac{\mu_0 l_a r}{\delta_{eq}} (\pi - 2\gamma) \quad (3.38)$$

Dans la plupart des cas Θ_b peut être approché par :

- une fonction sinusoïdale

$$\Theta_b(\epsilon) = N [{}^1 I_r \cos(\epsilon) + {}^1 I_i \sin(\epsilon)] \quad (3.39)$$

Lorsque l'on néglige l'effet de la dissymétrie sur la tension induite, cette dernière est directement proportionnelle à $\cos(\epsilon)$ (cf. équ.(3.22)). Le

courant doit être en phase avec la tension induite pour obtenir un rendement optimal. Dans ce cas, Θ_b devient pour $\epsilon = \frac{\gamma + \xi}{2}$:

$$\hat{\Theta}_b = N \hat{I} \cos\left(\frac{\gamma + \xi}{2}\right) \quad (3.40)$$

– une fonction constante sur une demi-période

$$\Theta_b(\epsilon) = \hat{\Theta}_b = N \hat{I} \quad (3.41)$$

L'expression de ces différents flux permet de dimensionner les culasses ainsi que la géométrie des épanouissements polaires.

3.2.4 Inductance propre

L'inductance propre est la somme d'une inductance de champ principal L_h et d'une inductance de fuite L_σ . L_h peut être obtenue à partir du flux dû à la bobine et circulant dans la culasse statorique :

$$L_h = N^2 \frac{\Phi_{sb}}{\Theta_b} = \frac{N^2 \mu_0 l_a r}{2 \delta_{eq}} \left[{}^0 B_{rer} \pi - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k B_{rei}}{kz} (-1)^{kz} \right] \quad (3.42)$$

Cette inductance peut également être calculée sous une forme simplifiée :

$$L_h = \frac{N^2 \mu_0 l_a r}{2 \delta_{eq}} (\pi - 2\gamma) \quad (3.43)$$

La somme des termes B_{rei} peut être négligée dans la plupart des cas.

L'inductance de fuite L_σ est plus complexe à calculer. En effet, le flux de fuite se décompose en plusieurs termes [28] :

- flux de fuite d'encoche ;
- flux de fuite des têtes de dents ;
- flux de fuite des têtes de bobines.

Ce dernier flux dépend de la manière dont est réalisé le bobinage : en particulier de la manière dont les développantes sont repliées. Il est donc quasiment impossible à calculer précisément sans avoir recours à des éléments finis en trois dimensions. Ce flux n'est de toute façon pas du même ordre de grandeur que le flux mutuel. D'autre part, en raison de l'importance de l'encoche, le flux de fuite qui lui est associé est pratiquement négligeable.

Il en va de même pour le flux de fuite des têtes de dents. Il convient tout de même de mentionner ces problèmes de flux de fuite qui peuvent apparaître lorsque la perméance de l'encoche est du même ordre de grandeur que l'entrefer équivalent défini par (3.32). Pour calculer ces inductances, on peut se reporter à [28]. Une autre solution consiste à utiliser la méthode des différences finies présentée à la section 2.3.4.

3.2.5 Effet de la perméabilité relative finie du fer

La modélisation des phénomènes liés à la perméabilité finie du fer peut être effectuée de deux manières :

- prise en compte de la perméance non-nulle du fer ;
- prise en compte de la saturation.

L'effet de la saturation n'est pas pris en compte par notre modèle. Nous nous contenterons de voir les conséquences d'un mauvais dimensionnement et les remèdes à y apporter.

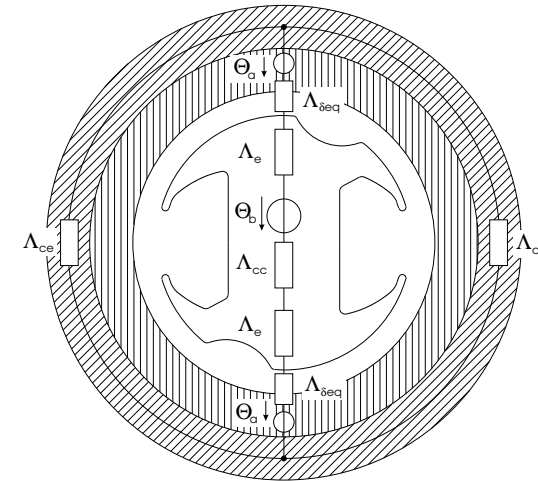


Fig. 3.5: Schéma équivalent simplifié

La figure 3.5 représente un schéma magnétique sommaire du moteur. Sur cette figure, la perméance des épanouissements polaires est représentée

comme s'ils constituaient le prolongement de la culasse statorique. Le flux circulant dans le circuit magnétique principal devient :

$$\Phi = \frac{2\Theta_a + \Theta_b}{\frac{2}{\Lambda_{\delta eq}} + \frac{1}{\Lambda_e} + \frac{1}{2\Lambda_{ce}} + \frac{1}{\Lambda_{cc}}} \quad (3.44)$$

Avec :

$$\Lambda_{\delta eq} = \frac{\Lambda_{\delta} \Lambda_a}{\Lambda_{\delta} + \Lambda_a} \quad (3.45)$$

Afin de ne pas négliger complètement la perméance non-nulle du fer, on peut introduire un coefficient de correction k_g sur la longueur de l'entrefer équivalent (voir figure 3.5) :

$$k_g = \frac{\Lambda_{\delta eq}}{2} \left(\frac{1}{\Lambda_{cc}} + \frac{2}{\Lambda_e} + \frac{1}{2\Lambda_{ce}} \right) + 1 \quad (3.46)$$

Le foisonnement des tôles est pris en compte dans le calcul de Λ_{cc} et de Λ_e . L'entrefer équivalent comprenant la chute de potentiel due au fer est défini par :

$$\delta_{eq+fer} = k_g \delta_{eq} \quad (3.47)$$

La saturation locale influence principalement la forme des caractéristiques de tension induite, de couple mutuel et de couple réactant. L'effet sur ce dernier peut être catastrophique pour le démarrage du moteur.

Lorsque les culasses sont trop fines, des points de saturation apparaissent aux endroits suivants :

- dans la culasse rotorique, à l'endroit où une droite perpendiculaire à la direction de magnétisation couperait cette culasse ;
- dans la culasse statorique, à l'endroit où passe l'axe de centrage du moteur ;
- dans les épanouissements polaires, à l'endroit de la découpe de la dissymétrie (cette saturation peut être recherchée : voir §1.3).

La variation du flux dans la culasse rotorique est relativement faible. Lorsqu'aucune autre partie du moteur n'est saturée, cette saturation ne fait que réduire l'amplitude du flux mutuel et par extension celles de la tension induite et des couples mutuel et réactant. Lorsque le moteur est également saturé au stator, l'effet de la saturation est accentué.

Il est quasiment indispensable de faire passer un axe dans le stator du moteur afin de permettre un centrage correct du rotor. Cet axe augmente

les pertes par courants de Foucault et surtout la saturation dans la culasse statorique. En effet, lorsqu'il y a un petit entrefer (même très petit) entre l'axe et les tôles statoriques, le flux a tendance à éviter l'axe et à saturer les tôles statoriques aux environs. Ce phénomène se produit également lorsque le stator est constitué de deux parties ayant un contact imparfait. Le niveau de saturation est le plus élevé lorsque le flux mutuel est le plus important. Cette variation de flux peut être relativement faible comparée à l'amplitude de ce dernier. Il est possible qu'elle ne déforme peu la tension induite et le couple mutuel. Cependant, il suffit qu'elle soit du même ordre de grandeur que la variation de flux due aux encoches pour que le couple réactant subisse une importante déformation comme le montre la figure 3.6. Dans ce cas particulier, une erreur sur le type d'aimant utilisé est à l'origine du problème [43].

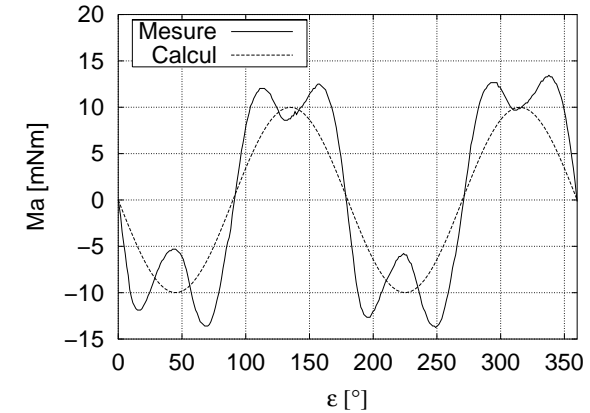


Fig. 3.6: Effet de la saturation sur le couple réactant

La saturation des épanouissements polaires, lorsqu'elle n'a pas lieu en conjonction avec une excentricité, a un double effet correspondant à une diminution du flux total accompagné d'une augmentation du couple réactant. C'est comme si le moteur possédait une encoche plus importante.

Il est évident que d'autres phénomènes peuvent entrer en ligne de compte, ils sont souvent dus à des tolérances de fabrication. Ces phénomènes (comme par exemple l'effet de l'excentricité pour un moteur saturé) sont

parfois même difficiles à analyser à l'aide d'un logiciel de calcul par éléments finis.

3.2.6 Effet des pertes fer

L'effet des pertes fer est très difficile à modéliser de manière précise sans recourir à des logiciels de calcul par éléments finis. On appelle généralement pertes fer la somme des pertes par courants de Foucault et des pertes par hysteresis. La littérature [4] [30] en donne une valeur empirique ¹ à partir de la valeur de crête de l'induction dans le fer \widehat{B}_{fer} , de la fréquence f , de la masse et du chiffre de perte du fer C_{pertes} :

$$P_{fer} = \left[C_{Hyst} \left(\frac{f}{f_0} \right) + C_{Fouc} \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 \right] \left(\frac{\widehat{B}_{fer}}{\widehat{B}_0} \right)^2 m C_{pertes} \quad (3.48)$$

Les coefficients C_{Hyst} et C_{Fouc} correspondent aux parts respectives des pertes par hysteresis et par courants de Foucault. Les valeurs de f_0 et \widehat{B}_0 sont des valeurs de référence auxquelles le chiffre de perte a été mesuré (en général 50[Hz] et 1 ou 1.5 [T]). Lorsque le signal n'est pas sinusoïdal, il s'agit encore de tenir compte des pertes dues aux différentes harmoniques. Dans le moteur bipolaire, elles sont négligeables étant donné l'allure de l'induction dans l'entrefer.

À ces pertes correspond un couple de frottement moyen équivalent qui peut être calculé par :

$$M_{ffer} = \frac{P_{fer}}{\Omega} \quad (3.49)$$

Lorsque la vitesse devient importante ou lorsque le moteur n'est pas feuilleté, ces pertes deviennent prépondérantes.

3.2.7 Échauffement

Le calcul de l'échauffement d'un moteur a déjà été traité par de nombreux auteurs. Cet aspect n'a été traité que d'une manière très sommaire dans le cadre de ce travail, c'est pourquoi seul un schéma des flux de chaleur est représenté ici (Fig. 3.7).

¹ Les coefficients sont empiriques, mais la relations peut être obtenue de manière analytique

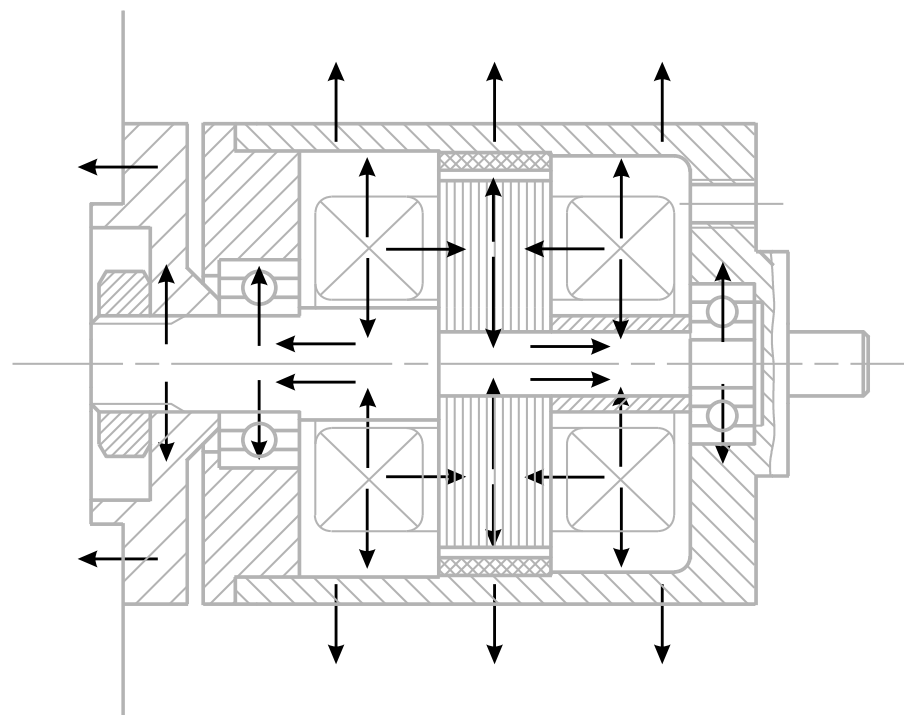


Fig. 3.7: Flux de chaleur dans le moteur

La chaleur est due aux pertes joules, aux pertes fer et aux frottements dans les paliers. Elle est dissipée :

- par conduction à l'endroit où le moteur est fixé ;
- par convection dans l'entrefer ;
- par conduction au travers des roulements puis par convection à la surface du rotor.

Le chemin suivi par le flux de chaleur est principalement influencé par les aspects constructifs du moteur. Par exemple, lorsque le moteur est fixé à un châssis en matériaux synthétiques, la chaleur doit entièrement être dissipée par convection. Afin de calculer l'échauffement, on se reportera à [31], [32] ou [33].

3.3 Dimensionnement

3.3.1 Introduction

La conception des moteurs se base généralement sur des relations mathématiques simples, sur un programme de simulation qui peut s'appuyer sur un modèle compliqué et surtout sur l'expérience du concepteur. Ce moteur peut très bien être dimensionné comme un autre moteur à aimants permanents. Pour ce faire, nous présenterons une méthode de dimensionnement dite "classique" basée sur la résolution des équations simplifiées du moteur. Au fur et à mesure du dimensionnement, ces dernières seront complétées par d'autres expressions directement liées à un aspect particulier de la géométrie du moteur. Cette méthode peut nécessiter un grand nombre d'itérations jusqu'à l'obtention d'un optimum. Pour cette raison, nous lui adjoindrons un algorithme d'optimisation non-linéaire avec contraintes qui permet de converger beaucoup plus rapidement vers le résultat désiré.

Mais avant de pouvoir commencer la conception, il s'agit de déterminer le cahier des charges du moteur désiré.

3.3.2 Cahier des charges

Le cahier des charges dépend du type d'application du moteur. Le champ d'application de ce type de moteur se limite principalement à des entraînements bon marché à performances limitées. Pour ce genre d'applications, on définit un point de fonctionnement nominal couple-vitesse, pour lequel on fixe les performances à atteindre.

Ces performances peuvent être de types très variés, on notera :

- rendement minimal η_{min} ;
- masse maximale m_{max} ;
- échauffement maximal ΔT_{max} ;
- dimensions maximales $l_{tot max}, d_{tot max}$;
- courant de crête maximal \tilde{I}_{max} ;
- temps de démarrage maximal Δt_{max} ;
- ...

La tension continue d'alimentation U_{dc} est généralement fixée. Il s'agit également de pouvoir réduire la sensibilité aux tolérances de fabrication.

Le prix est le critère déterminant pour ce type de moteur ; pourtant il est quasiment impossible de le déterminer à l'avance. Par contre, si l'on suppose que les coûts de fabrication pour deux moteurs du même type sont égaux, la comparaison entre deux moteurs peut se faire sur la base de la somme des prix des différents matériaux utilisés. Il est alors possible d'établir une fonction coût, par exemple :

$$F_{\text{coût}} = l_a \pi d_{\text{stator}} \rho_{\text{fer}} C_{\text{tôles}} + m_{Cu} C_{Cu} + l_{ce} \pi d_{\text{tot}} \rho_{\text{fer}} C_{\text{fer}} + m_{\text{cloche}} C_{\text{cloche}} + l_{\text{axe}} \pi d_{\text{axe}} \rho_{\text{fer}} C_{\text{fer}} + m_a C_a + \dots \quad (3.50)$$

Les coefficients $C_{\text{tôles}}$, C_{fil} , C_{fer} , C_{cloche} et C_a représentent les prix relatifs par kilo des matériaux nécessaires à la fabrication du moteur. Lorsque cela est nécessaire, la masse des composants est calculée directement à partir des grandeurs volumiques afin de tenir compte du prix des déchets (dans cet exemple, la culasse externe est usinée dans un cylindre de diamètre d_{tot}).

La fonction coût est à minimiser tout en respectant les contraintes énoncées dans le cahier des charges.

3.3.3 Méthode classique

Cette section illustre une manière de réaliser le dimensionnement du moteur pour un cahier des charges donné. Cette méthode n'est pas forcément adaptée à tous les cas. Nous lui adjoindrons un algorithme d'optimisation non-linéaire à la section 3.4 afin de limiter le nombre des itérations directement effectuées par le concepteur.

Afin de restreindre le cadre du dimensionnement, nous définirons trois types de paramètres :

- les grandeurs fixées au début du dimensionnement. Dans cette catégorie se trouvent les paramètres fixés par le cahier des charges comme la tension d'alimentation ou le point de fonctionnement ainsi que toutes les caractéristiques des matériaux. On suppose également que la manière dont le moteur est alimenté (sinus ou rectangulaire) est connue.
- les grandeurs choisies au cours du dimensionnement. Cette catégorie comprend la longueur active, le diamètre du stator, l'angle d'ouverture d'encoche, l'entrefer ainsi que la densité de courant. Des grandeurs auxiliaires comme la valeur de crête de l'induction dans l'entrefer et

dans les culasses entrent également dans cette catégorie. Ces grandeurs sont adaptées au cours du processus d'itération. Elles peuvent varier de manière continue ;

- les grandeurs calculées qui comprennent les dimensions du moteur et ses caractéristiques, comme par exemple : le diamètre total et la longueur hors tout, le nombre de spires, la résistance,...

La première étape du dimensionnement consiste à choisir des valeurs pour chacune des grandeurs de la deuxième catégorie :

- la longueur active et le diamètre du stator sont fixés à partir de l'encombrement désiré. Il est possible d'établir une relation liant ces deux grandeurs comme nous le verrons par la suite ;
- l'angle d'ouverture d'encoche est à fixé à sa valeur minimale permettant d'effectuer le bobinage. En effet, le couple réductant est d'autant plus difficile à déphaser que cette grandeur est importante ;
- le choix de l'entrefer dépend principalement des tolérances de fabrication : un entrefer trop petit accentue les effets d'une excentricité du rotor. Un entrefer trop grand diminue le flux mutuel.
- la densité de courant fixe la grandeur des pertes Joule. Elle doit être choisie en fonction de la puissance que peut évacuer le moteur ;
- la valeur de crête de la composante radiale de l'induction dans l'entrefer B_r est choisie entre 0.6 et 0.8 B_0 en fonction du coût des matériaux. Les valeurs de crête de l'induction dans les différentes culasses dépendent de la perméabilité relative des différents matériaux ainsi que de la valeur limite des pertes fer.

L'épaisseur des aimants est déterminée en introduisant B_r dans (3.14). Pour pouvoir déterminer le reste des paramètres, il s'agit d'avoir une équation exprimant le couple moyen fourni par le moteur. Par souci de simplicité, nous utiliserons (3.24), soit :

$$\bar{M}_{ab} = r l_a B_r \frac{\pi - 2\gamma}{\pi} N {}^1I_r \quad (3.51)$$

Lorsque les pertes fer sont importantes, il s'agit encore de soustraire le couple de frottement qui leur est dû (3.48). Lorsque l'on désire tenir compte de l'effet de la perméabilité finie du fer, on utilise l'équation (3.47) pour calculer l'entrefer équivalent entrant dans le calcul de B_r .

Toutes les grandeurs de cette équation sont supposées fixes en dehors de $N {}^1I_r$. En régime permanent la valeur efficace du courant peut être obtenue à partir de sa première harmonique lorsque l'on connaît l'allure du

courant. Pour ce faire, on supposera que le déphasage entre la première harmonique du courant et la tension induite vaut ϵ_0 . On obtient un rapport couple / courant maximum lorsque cet angle est nul :

$$I = k_1 {}^1I_r \quad (3.52)$$

Avec :

$$k_1 = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2} \cos(\epsilon_0)} & \text{si } i(\epsilon) = \hat{I} \cos(\epsilon + \epsilon_0) \\ \frac{2}{\pi} & \text{si } i(\epsilon) \text{ est rectangulaire} \end{cases} \quad (3.53)$$

Il est donc possible d'exprimer la surface nécessaire au bobinage S_b en introduisant le coefficient de remplissage k_{cu} .

$$S_b = \frac{S_{cu}}{k_{cu}} = \frac{N I}{J k_{cu}} = \frac{N k_1 {}^1I_r}{J k_{cu}} \quad (3.54)$$

Il est également possible de déterminer le flux et de dimensionner les culasses statoriques comme nous le verrons à la section 3.3.5. La surface de l'encoche S_{enc} peut ensuite être déterminée à partir de l'équation 3.79. Si cette dernière surface est plus grande que S_b : le diamètre du stator, la longueur active ou la densité de courant peuvent être diminués. Si S_{enc} est plus petite que S_b , le bobinage n'entre pas dans l'encoche. L'équation $S_{enc} = S_b$ peut être résolue de manière numérique afin d'obtenir une relation entre le diamètre du stator et la longueur active. Cette façon de procéder a pour but l'utilisation optimale du volume à disposition. Elle n'est pas compatible avec le cahier des charges lorsque le moteur dimensionné doit être extrêmement plat. Dans ce dernier cas, l'espace occupé par les développantes est déterminant et doit donc être limité au maximum. La seule solution possible dans ce cas est d'augmenter le diamètre du stator. De façon générale, un moteur bipolaire se prête assez mal à une réalisation plate.

L'étape suivante consiste à choisir le nombre de spires N en veillant à ce que les contraintes suivantes soient respectées :

$$u < U_{dc} \quad (3.55)$$

$$i < I_{max} \quad (3.56)$$

$$N {}^1I_r = \frac{\bar{M}_{ab} \pi}{r l_a B_r (\pi - 2\gamma)} \quad (3.57)$$

Les deux premières équations sont fixées par l'alimentation du moteur et la dernière par le cahier des charges. L'équation de la tension (pour un système non-saturé) permet de déterminer la valeur maximale de la tension :

$$u = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + u_i(t) \quad (3.58)$$

En faisant l'hypothèse d'une alimentation en courant sinusoïdale en régime permanent, on obtient :

$$i(t) = i(\epsilon) = \hat{I} \cos(\epsilon + \epsilon_0) \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} u(t) &= R \hat{I} \cos(\epsilon + \epsilon_0) + L \hat{I} \sin(\epsilon + \epsilon_0) \Omega + \hat{U}_i \cos(\epsilon) \\ &= \left(R \hat{I} \cos \epsilon_0 + L \hat{I} \sin \epsilon_0 + \hat{U}_i \right) \cos \epsilon + \left(R \hat{I} \sin \epsilon_0 + L \hat{I} \cos \epsilon_0 \right) \sin \epsilon \end{aligned} \quad (3.60)$$

D'après cette dernière équation, $u(t)$ est une fonction purement sinusoïdale dont la valeur du maximum peut être obtenue facilement :

$$\hat{U} = \sqrt{\left(R \hat{I} \cos \epsilon_0 + L \hat{I} \sin \epsilon_0 + \hat{U}_i \right)^2 + \left(R \hat{I} \sin \epsilon_0 + L \hat{I} \cos \epsilon_0 \right)^2} \quad (3.61)$$

En introduisant les valeurs de la résistance (3.85), de l'inductance (3.43) et de la tension induite (3.25) dans cette dernière équation (3.61), puis en remplaçant NI par son expression tirée de l'équation (3.57), on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{U} &= \sqrt{\left(\sqrt{2} \rho_{cu} l_{sp} J N \cos \epsilon_0 + \frac{N \mu_0 \bar{M}_{ab}}{2 \delta_{eq} B_r} \sin 2\epsilon_0 + r l_a N B_r \frac{\pi - 2\gamma}{\pi} \Omega \right)^2} \\ &\quad + \left(\sqrt{2} \rho_{cu} l_{sp} J N \sin \epsilon_0 + \frac{N \mu_0 \bar{M}_{ab}}{2 \delta_{eq} B_r} \cos 2\epsilon_0 \right)^2 \end{aligned} \quad (3.62)$$

Il suffit ensuite d'extraire N de cette équation.

$$\begin{aligned} N &= \hat{U} \left/ \left[\left(\sqrt{2} \rho_{cu} l_{sp} J \cos \epsilon_0 + \frac{\mu_0 \bar{M}_{ab}}{2 \delta_{eq} B_r} \sin 2\epsilon_0 + r l_a B_r \frac{\pi - 2\gamma}{\pi} \Omega \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\sqrt{2} \rho_{cu} l_{sp} J \sin \epsilon_0 + \frac{\mu_0 \bar{M}_{ab}}{2 \delta_{eq} B_r} \cos 2\epsilon_0 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Cette valeur correspond à un nombre de spires maximum admissible étant donné la contrainte sur la tension d'alimentation. Si le courant qui correspond à ce nombre est au delà de la limite fixée, il s'agit d'augmenter la taille du moteur afin d'obtenir un flux créé par l'aimant plus important. Lorsque l'alimentation du moteur n'est pas sinusoïdale, le même résultat peut être obtenu au moyen d'une simulation dynamique ou en n'utilisant que la première harmonique du courant.

Une fois que ces paramètres sont fixés, il s'agit d'entrer dans les détails du dimensionnement et de calculer les grandeurs de la troisième catégorie pour pouvoir évaluer le moteur.

3.3.4 Choix de la dissymétrie

Comme nous l'avons vu à la section 1.2, le choix de la dissymétrie est fondamental pour permettre au moteur de démarrer. Il s'agit maintenant de comparer les différentes géométries possibles pour le moteur bipolaire.

Le couple réactant ne comprend qu'une harmonique de rang deux de $B_{re}(\alpha)$ (3.21). Le couple mutuel comprend des harmoniques de rangs supérieurs (3.20), mais ces derniers peuvent être négligés dans le cadre de l'analyse qualitative qui suit. A partir de là, nous considérerons le couple mutuel comme proportionnel à l'harmonique de rang nul de B_{re} et le couple réactant comme proportionnel à la deuxième harmonique de cette dernière :

$$M_{ab} = C {}^0B_{rer} \cos(\epsilon) \quad (3.64)$$

$$M_a = D [{}^1B_{rei} \cos(2\epsilon) + {}^1B_{rer} \sin(2\epsilon)] \quad (3.65)$$

C et D sont des constantes n'intervenant pas dans le choix de la position de la dissymétrie. Les harmoniques peuvent être calculées de manière classique [21] :

$${}^0B_{rer} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi B_{re}(\alpha) d\alpha \quad (3.66)$$

$${}^1B_{rer} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi B_{re}(\alpha) \cos(2\alpha) d\alpha \quad (3.67)$$

$${}^1B_{rei} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi B_{re}(\alpha) \sin(2\alpha) d\alpha \quad (3.68)$$

La position de la dissymétrie de l'entrefer n'a pas d'effet sur le couple mutuel d'après (3.66). En pratique, l'effet existe : il est dû aux harmoniques de B_{re} qui sont négligées dans ce cas. Il correspond à un décalage de quelques degrés du passage par zéro du couple mutuel dans la plupart des cas pratiques.

A partir de l'équation (3.65), il est possible d'exprimer l'amplitude \widehat{M}_a et le déphasage ϵ_d du couple réductant :

$$M_a = \widehat{M}_a \sin(2\epsilon + \epsilon_d) \quad (3.69)$$

$$\widehat{M}_a = D \sqrt{{}^1B_{rei}^2 + {}^1B_{rer}^2} \quad (3.70)$$

$$\epsilon_d = \arctan \frac{{}^1B_{rei}}{{}^1B_{rer}} \quad (3.71)$$

L'angle ϵ_d doit être calculé en tenant compte du quadrant dans lequel on se trouve. On obtient ensuite l'angle ϵ_s du zéro du couple réductant :

$$\epsilon_s = -\frac{\epsilon_d}{2} = -\frac{1}{2} \arctan \frac{{}^1B_{rei}}{{}^1B_{rer}} \quad (3.72)$$

Afin de mieux pouvoir choisir la position de la dissymétrie, on se reportera à la figure 3.8. Cette dernière représente l'effet de l'encoche et d'une dissymétrie dans le calcul de ${}^1B_{rer}$ et de ${}^1B_{rei}$ (calcul par différences finies). Dans cet exemple, la dissymétrie est réalisée au moyen d'une encoche de forme trapézoïdale (Fig. 3.9(a)) et de même taille angulaire que la pré-encoche du bobinage (la profondeur est différente). La position $\alpha = 0$ se trouve au milieu de l'encoche du bobinage. Son effet sur B_{re} est marqué aux deux extrémités du graphe. La dissymétrie a un effet équivalent autour de $\alpha = 70^\circ$. A partir de cette figure, il est possible de faire les remarques suivantes :

- l'encoche (de bobinage) n'a pas d'effet sur ${}^1B_{rei}$: lors de l'intégration de $B_{re}(\alpha) \sin(\alpha)$, les surfaces des "trous" dans la courbe sinusoïdale sont de signes opposés ;
- une dissymétrie placée en $\alpha = \frac{\pi}{2}$ n'aura également pas d'effet sur ${}^1B_{rei}$. Par contre, elle diminue ${}^1B_{rer}$;
- lorsque l'encoche de la dissymétrie est de la même importance que l'encoche du bobinage, la valeur maximale pour \widehat{M}_a est obtenue lorsque la dissymétrie est placée en $\alpha = 45^\circ$. L'angle ϵ_0 vaut alors 22.5° . Afin

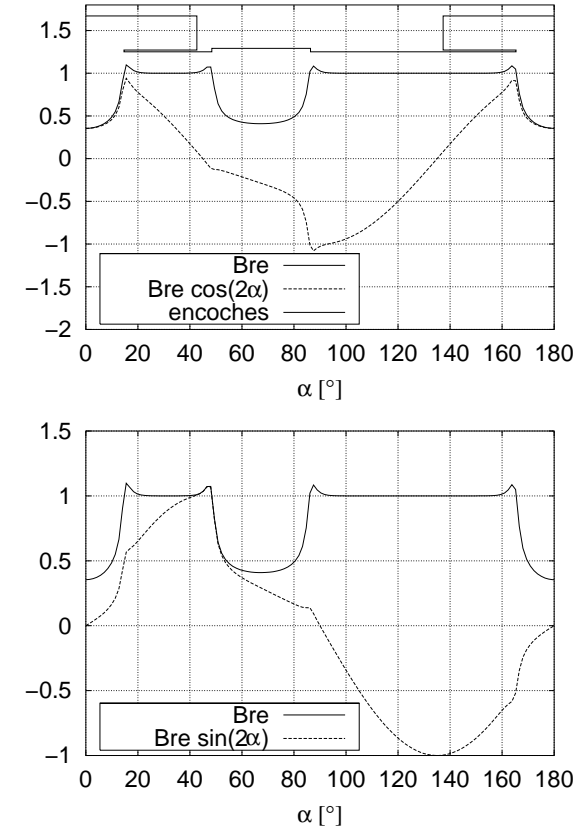


Fig. 3.8: Calcul des harmoniques de $B_{re}(\alpha)$

d'augmenter cet angle, on place généralement la dissymétrie autour de $\alpha = 70^\circ$ ce qui représente un bon compromis entre la valeur du couple réductant et son déphasage. Le but est d'obtenir un couple réductant maximum lorsque le couple mutuel est nul. Tous ces résultats sont obtenus de manière numérique.

La dissymétrie peut être de plusieurs types différents :

- dissymétrie par encoche (Fig. 3.9) ;
- dissymétrie par entrefer variable (Fig. 3.10)

Dissymétrie par encoche

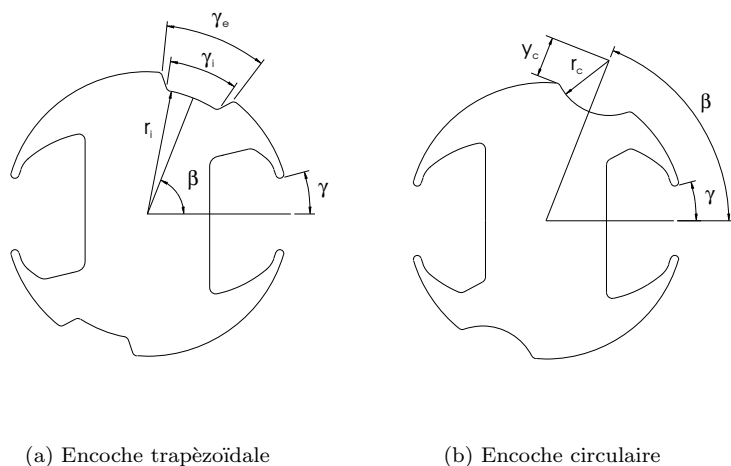


Fig. 3.9: Dissymétrie réalisée au moyen d'une encoche

Cette dissymétrie est la plus employée dans les moteurs de montres. Elle est facile à réaliser et permet de choisir de manière assez aisée les différentes composantes du couple réductant. C'est la manière la plus efficace d'obtenir un grand déphasage entre couple mutuel et réductant. L'encoche du bobinage doit en principe être la plus petite possible. On peut éventuellement se permettre une encoche de plus grande taille si le couple réductant nécessaire est important. Lorsque l'encoche est très petite, il est

nécessaire de comparer la perméance de fuite qui lui est associée avec la perméance mutuelle du système. L'encoche peut être de toutes les formes possibles et imaginables. Les plus courantes sont de forme trapézoïdale (Fig. 3.9(a)) ou circulaire (Fig. 3.9(b)). Ces deux types d'encoche sont plus ou moins équivalents. Le choix de l'un ou de l'autre dépend du cahier des charges. Toutefois lorsque l'encoche est petite, la variante circulaire donne généralement des résultats équivalents pour une surface découpée moins importante. L'encoche idéale peut être obtenue de manière numérique.

On notera encore que le même type d'effet peut être obtenu au moyen d'une bosse de taille équivalente. Cette dernière remarque est anecdotique ; en effet, on ne désire généralement pas diminuer l'entrefer qui est déjà minimum dans la plupart des cas.

Dissymétrie par variation de l'entrefer

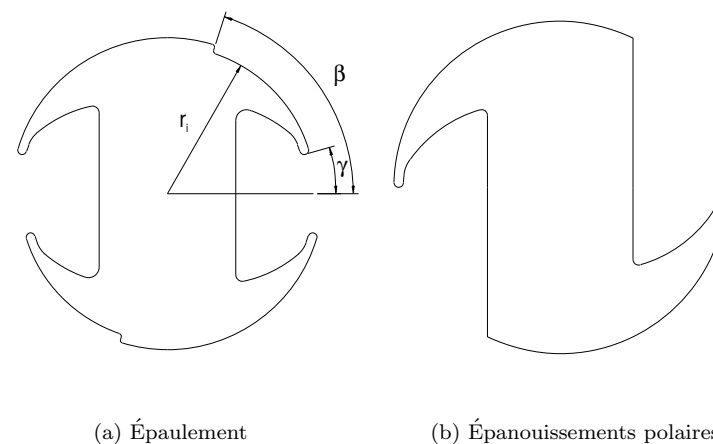


Fig. 3.10: Dissymétrie par variation de l'entrefer sur un demi-pôle

Pour des moteurs bipolaires, ce type de dissymétrie est nettement moins performant que le précédent. Ceci est principalement dû au fait que la dissymétrie n'est pas placée à l'endroit où son effet est le plus grand.

Dans le cas de moteurs dont le nombre de pôles est supérieur à deux, ce type de dissymétrie est souvent la seule manière d'obtenir un couple réluctant permettant au moteur de démarrer. En effet, dans de tels moteurs, le potentiel magnétique dû à l'aimant possède un grand nombre d'harmoniques. Ces harmoniques créent des pics de couple qu'il est difficile d'atténuer.

3.3.5 Épaisseur des culasses et épanouissements polaires

L'épaisseur des différentes culasses est obtenue de manière classique en fixant l'induction maximale dans le fer \widehat{B}_{fer} . En raison des pertes fer plus importantes dans le stator, il est souhaitable de distinguer deux valeurs de l'induction dans le fer : \widehat{B}_{stat} et \widehat{B}_{rot} . On pose donc (Fig. 3.2 et 3.11) :

$$e_{cc} = \frac{\widehat{\Phi}_s}{\widehat{B}_{stat} l_a} \quad (3.73)$$

$$e_e(\xi) = \frac{\widehat{\Phi}_e(\xi)}{\widehat{B}_{stat} l_a} \quad (3.74)$$

$$e_{ce} = \frac{\widehat{\Phi}_r}{\widehat{B}_{rot} l_a k_d} \quad (3.75)$$

k_d est le facteur représentant le fait que la longueur de la culasse externe est supérieure à la longueur active. Les expressions des différents flux sont calculées à la section 3.2.3.

Le cas des épanouissements polaires est un peu particulier. En effet, l'épaisseur de la culasse e_e varie en fonction de la position. Cette grandeur correspond à une valeur minimale de l'épaisseur qui doit être majorée comme le montre la figure 3.11.

L'épanouissement se divise en deux ou trois parties selon l'absence ou la présence d'une encoche de dissymétrie :

- une partie d'épaisseur minimale correspondant à un rayon de découpe r_{max} (pour $\xi = \gamma \rightarrow \xi_1$);
- une partie découpée de telle manière que l'épaisseur de l'épanouissement soit celle calculée à l'équation (3.74) (pour $\xi = \xi_1 \rightarrow \xi_2$);
- une dernière partie déterminée en fonction de la dissymétrie et qui doit être conçue de manière à ce que l'épanouissement ne soit pas saturé à cet endroit (pour $\xi = \xi_2 \rightarrow \dots$).

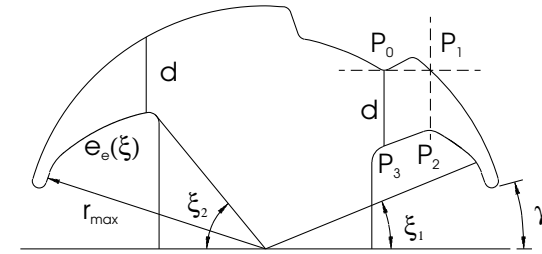


Fig. 3.11: Géométrie de l'épanouissement polaire

A partir de l'équation (3.74) et de r_{max} , il est possible de déterminer ξ_1 . De même pour ξ_2 avec e_{cc} . Pour la deuxième partie de l'épanouissement, les expressions du flux entrant dans (3.74) sont complexes. Du point de vue du constructeur, il est donc difficile de dessiner les épanouissements polaires correspondants. Il est généralement possible d'approcher cette courbe compliquée par un cercle passant par trois de ses points.

Il n'y a pas de méthode mathématique simple pour dimensionner l'épanouissement en évitant un étranglement dû à la dissymétrie. Cette géométrie doit donc être déterminée de manière empirique. Une manière visuelle de le faire (Fig. 3.11) consiste à tracer une horizontale passant par le point le plus bas de la dissymétrie P_0 . Cette droite coupe la surface de l'épanouissement en un point P_1 . À partir de ce point, on peut tracer une verticale coupant la courbe de la partie précédente en un point P_2 . La distance verticale entre la surface externe en P_0 et l'intérieur de l'encoche de bobinage doit être la même que celle de l'épanouissement symétrique pour la même abscisse. Ce qui nous donne un point P_3 . En faisant de la droite allant de P_2 à P_3 , la frontière de l'épanouissement, nous sommes assurés que ce dernier ne soit saturé.

3.3.6 Résistance

La résistance peut être obtenue à partir des paramètres du conducteur (l_c, S_c) et de la résistivité du cuivre ρ_{cu} :

$$R = \frac{\rho_{cu} l_c}{S_c} \quad (3.76)$$

La résistivité ρ_{cu} est proportionnelle à la température (valeurs données par [29] pour $T=20^\circ$) :

$$\rho_{cu} = \rho_{20} (1 + \alpha_{20} \Delta T) \approx 1.7 \cdot 10^{-8} (1 + 3.80 \cdot 10^{-3} \Delta T) \quad (3.77)$$

La section du conducteur S_c est obtenue à partir de la valeur efficace du courant et de la densité de courant :

$$S_c = \frac{I}{J} \quad (3.78)$$

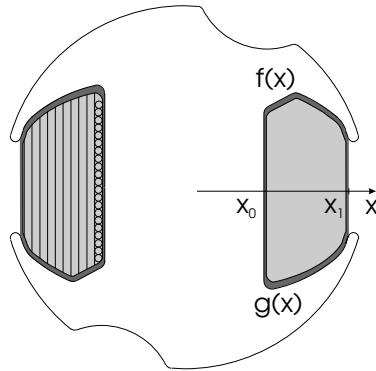


Fig. 3.12: Surface disponible pour le cuivre

Afin de calculer la longueur du fil l_c , il s'agit dans un premier temps de connaître la surface à disposition pour bobiner. La figure 3.12 illustre une manière de la calculer. Sur cette figure, l'isolant d'épaisseur e_i est représenté par une bande de couleur foncée entourant l'encoche. La découpe de l'encoche peut être calculée au moyen de deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$. La surface à disposition pour le bobinage est approchée par :

$$S_{enc} = \int_{x_0+e_i}^{x_1} [f(x) - g(x) - 2e_i] dx \approx 2 \int_{x_0+e_i}^{x_1} [g(x) - e_i] dx \quad (3.79)$$

Lorsque la surface du bobinage S_b n'occupe pas toute l'encoche, x_1 peut être déterminé en posant :

$$S_b = \frac{N S_c}{k_{cu}} \quad (3.80)$$

et en résolvant l'équation suivante de manière numérique :

$$S_b = S_{enc} \quad (3.81)$$

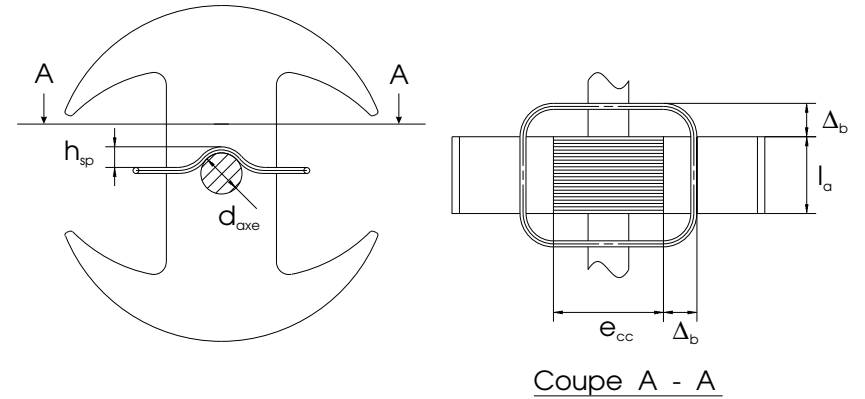


Fig. 3.13: Représentation d'une spire du bobinage

L'étape suivante consiste à calculer la longueur l_{sp} d'une spire quelconque telle que représentée à la figure 3.13. Cette longueur peut être approchée par la relation suivante :

$$l_{sp} = 2(l_a + \pi \Delta_b + k_{sp} e_{cc}) \quad (3.82)$$

k_{sp} est un coefficient qui dépend de la manière dont le bobinage est réalisé (cf. figure 3.13).

La résistance peut ensuite être calculée de deux manières différentes :

- la première consiste à déterminer une longueur moyenne de spire et à la multiplier par le nombre de spires. Pour ce faire, on calcule le centre de gravité de la surface de bobinage :

$$\bar{x} = \frac{2}{S_b} \int_{x_0+e_i}^{x_1} [g(x) - e_i] x dx \quad (3.83)$$

On obtient ensuite la longueur du fil :

$$l_c = N l_{sp} = 2 [l_a + \pi(\bar{x} - e_{cc}) + k_{sp} e_{cc}] N \quad (3.84)$$

– la seconde consiste à diviser l’encoche en lamelles de l’épaisseur d’un conducteur et perpendiculaires à l’axe des abscisses (Fig. 3.12). Ensuite de calculer le nombre de spires par lamelle ainsi que la longueur d’une des spires. Enfin de faire la somme de toutes les longueurs. Cette dernière méthode est plus complexe mais nécessite relativement peu de temps de calcul. La fonction obtenue n’est toutefois pas continue ce qui peut poser des problèmes lors d’un dimensionnement au moyen d’un algorithme d’optimisation non-linéaire (cf. section 3.4).

Afin de pouvoir calculer le nombre de spires du moteur, il s’agit d’exprimer R en fonction de N et I en introduisant (3.78) dans (3.76) :

$$R = \rho_{cu} l_{sp} J \frac{N}{I} \quad (3.85)$$

3.3.7 Caractéristiques du moteur

Les caractéristiques intéressantes sont dans l’ordre où elle doivent être calculées :

- l’encombrement (longueur totale, diamètre total) ;
- la masse ;
- le rendement (pertes cuivre, pertes fer) ;
- le temps de démarrage ;

Le diamètre total s’obtient en faisant l’addition du diamètre du stator, de l’entrefer, des épaisseurs de l’aimant et de la culasse rotorique :

$$d_{tot} = d_{stat} + 2(\delta + e_a + e_{ce}) \quad (3.86)$$

La longueur totale est plus difficile à obtenir, elle dépend de la manière dont le moteur est construit. Il s’agit tout d’abord d’estimer la place occupée par les développantes. Le but est de calculer la distance horizontale l_d qui sépare la dernière des développantes du stator. Pour ce faire, nous estimerons que la surface du bobinage est constante quel que soit le plan perpendiculaire aux conducteurs dans lequel elle est mesurée. Nous effectuerons ensuite l’hypothèse que cette surface est de forme rectangulaire dans le plan perpendiculaire au stator qui nous intéresse. En

tenant compte du fait que la surface occupée par l’axe et éventuellement les paliers ne peut être utilisée par le bobinage, on obtient :

$$(d_{stat} - d_{axe}) l_d = S_b \quad (3.87)$$

La grandeur d_{axe} englobe les éventuels paliers dans ce cas. La surface occupée par le bobinage dans l’encoche est déterminée par (3.79). Ce qui donne :

$$l_d = \frac{S_b}{d_{stat} - d_{axe}} \quad (3.88)$$

Il convient cependant de prendre un peu de marge sur cette longueur et ce, d’autant plus, si le facteur de remplissage de l’encoche est grand.

Pour obtenir la longueur totale l_{tot} , il suffit de faire la somme des longueurs de toutes les parties du moteur :

$$l_{tot} = l_a + 2l_d + l_{cp} \quad (3.89)$$

La longueur l_{cp} dépend de la manière dont le moteur est construit. Elle comprend entre autre : la longueur des paliers et l’épaisseur de la cloche rotorique.

La masse du moteur est relativement facile à calculer : il suffit de calculer le volume occupé par chacune de ses parties. Parmi elles, nous mentionnerons le stator et le cuivre :

$$m_{stat} = d_{fer} \left(\frac{\pi}{4} d_{stat}^2 - 2S_b \right) l_a \quad (3.90)$$

$$m_{cu} = d_{cu} l_c S_c \quad (3.91)$$

Le rendement η s’obtient en effectuant un bilan de puissances :

$$\eta = \frac{\Omega \bar{M}_{ab}}{UI} = \frac{\Omega \bar{M}_{ab}}{\Omega \bar{M}_{ab} + P_{fer} + RI^2} \quad (3.92)$$

Les pertes fer P_{fer} sont calculées à la section 3.2.6.

3.4 Optimisation non-linéaire

3.4.1 Introduction

La recherche du moteur optimal est un processus itératif qui peut s’avérer long et fastidieux lorsque l’on ne dispose que d’un logiciel de simulation.

Le but de cette section est d'aborder une manière de réduire le nombre des itérations au moyen d'un algorithme d'optimisation non-linéaire. De nombreuses méthodes différentes ont été développées par les mathématiciens suivant la nature des problèmes traités. Le but de toutes ces méthodes est de minimiser une fonction non-linéaire $f(\mathbf{x})$ de n variables $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$. Pour le dimensionnement, il s'agit toutefois de pouvoir respecter un certain nombre de contraintes. Ces dernières sont les limites physiques des paramètres, les équations générales du moteur et les performances minimales à atteindre. Le problème mathématique devient alors :

Minimiser la fonction $f(\mathbf{x})$ en tenant compte des contraintes suivantes :

- les paramètres ont des limites simples

$$x_{imin} < x_i < x_{imax} \quad (3.93)$$

où x_{imin} et x_{imax} sont les valeurs minimales et maximales que peut prendre le paramètre x_i ;

- les paramètres doivent respecter des lois physiques $h_j(\mathbf{x})$ les liant entre eux :

$$h_j(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3.94)$$

- les paramètres doivent respecter des inégalités $g_k(\mathbf{x})$

$$g_k(\mathbf{x}) < \mathbf{0} \quad (3.95)$$

Les fonctions f, g et h dépendent du cahier des charges du moteur. Il existe plusieurs algorithmes disponibles pour résoudre ce genre de problèmes. Ces algorithmes se divisent en deux catégories : avec et sans calcul des dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x_i}, \frac{\partial h_j}{\partial x_i}$ et $\frac{\partial g_k}{\partial x_i}$ pour tout i, j et k . L'algorithme utilisé dans le cadre de ce travail est basé sur la méthode dite "Sequential Quadratic Programming" [34]. Cet algorithme nécessite le calcul des dérivées partielles. Cependant, ce dernier peut être effectué de manière numérique lorsque l'on ne dispose pas de la forme analytique des fonctions f, g et h . C'est au moyen des approximations numériques que cet algorithme a été utilisé. Les résultats sont toutefois nettement moins bons que ceux qu'on peut obtenir en utilisant des fonctions dérivables [42].

Cette méthode est bien adaptée lorsque les fonctions traitées sont lisses (dérivées continues). Par contre l'optimum obtenu est de type local et dépend fortement du point de départ donné. Ce dernier peut être obtenu par un pré-dimensionnement sommaire au moyen des relations simplifiées.

3.4.2 Application de la méthode

Le dimensionnement se déroule en plusieurs étapes :

- choix des paramètres variables x_i et de leurs limites. Ces paramètres entrent généralement dans la deuxième catégorie de la section 3.3.3. On citera entre autre la longueur active, le diamètre du stator, l'épaisseur de l'aimant, l'angle d'ouverture d'encoche, le courant moyen, le nombre de spires ou encore l'entrefer. Cette liste n'est pas exhaustive et peut très bien comprendre un paramètre lié à la construction du moteur ou encore la forme et la position de l'encoche. Toutefois, leur variation doit être continue ;
- établissement des contraintes d'inégalité g_k . Ces contraintes sont fixées par des performances minimales (rendement) ou maximales (masse, échauffement, pertes,...) à atteindre. Elles peuvent également être fixées par la géométrie : la bobine doit pouvoir entrer dans l'encoche. Les dimensions externes du moteur entrent également dans cette catégorie ;
- établissement des contraintes d'égalité h_j . Ces contraintes sont fixées par des relations liant les paramètres entre eux comme l'équation de couple (3.57). Ce type de contraintes est également utilisé lorsque l'on désire fixer une performance ou une dimension précise. Ces contraintes sont également utilisées pour résoudre numériquement une équation au cours de l'optimisation. A titre d'exemple, on citera le calcul du point de fonctionnement d'un moteur saturé.

Le dimensionnement d'un moteur au moyen d'un tel algorithme donne de bons résultats lorsque le nombre de paramètres variables n'est pas trop important. Il permet d'éviter un nombre d'itérations "manuelles" important. Le programme réalisé à l'aide de cet algorithme est polyvalent et s'adapte très facilement à un grand nombre de cahiers des charges différents. Lorsque le nombre de paramètres à optimiser est important, il s'agit de réaliser l'optimisation en plusieurs temps ou de bien choisir les valeurs des conditions initiales.

3.5 Conclusion

Une variante bipolaire à rotor externe a été décrite dans ce chapitre. Pour cette variante, un modèle complet a été développé. Ce modèle comprend entre autre les calculs :

- des couples mutuel et réductant ;
- des flux circulant dans le moteur et de son inductance propre ;
- de la résistance ;
- de l'échauffement.

A partir de ce modèle, une méthodologie de dimensionnement a été développée.

Une attention particulière a été accordée à l'obtention de l'épaisseur des différentes culasses ainsi qu'au choix de la dissymétrie du moteur.

Un algorithme d'optimisation non-linéaire avec contraintes a ensuite été appliqué à ces problèmes de dimensionnement. Cet algorithme permet l'obtention de résultats de manière plus aisée sans avoir à refaire le programme pour chacune des variations du cahier des charges.

4. ALIMENTATION

Sommaire

4.1	Introduction	93
4.2	Modes de fonctionnement	96
4.2.1	Alimentation en courant	97
4.2.2	Alimentation en tension	97
4.2.3	Oscillations de couple	104
4.3	Mesure de position	107
4.3.1	Sonde de Hall analogique	107
4.3.2	Capteurs bistables	108
4.3.3	Spires de mesure	110
4.3.4	Capteurs indirects	112
4.4	Régimes transitoires	115
4.4.1	Introduction	115
4.4.2	Modélisation	115
4.4.3	Démarrage	118
4.5	Conclusion	120

[Table des matières]

4.1 Introduction

Afin d'obtenir un fonctionnement optimal du moteur, son alimentation doit être conçue spécifiquement. En effet, elle influence les performances du moteur telles que son couple, son rendement et le bruit acoustique qu'il émet. La littérature [4],[1] donne des exemples de moteurs monophasés alimentés en mode pas-à-pas. Bien que ce mode de fonctionnement constitue le principal mode d'alimentation de ce moteur (application horlogère), nous ne nous y attarderons pas. Dans ce chapitre nous évoquerons

les différents modes d'alimentation possibles avec une attention particulière pour le fonctionnement asservi. Nous évoquerons également les différentes manières de l'auto-commuter. L'alimentation d'un moteur monophasé peut être de deux types : unipolaire ou bipolaire.

Alimentation bipolaire

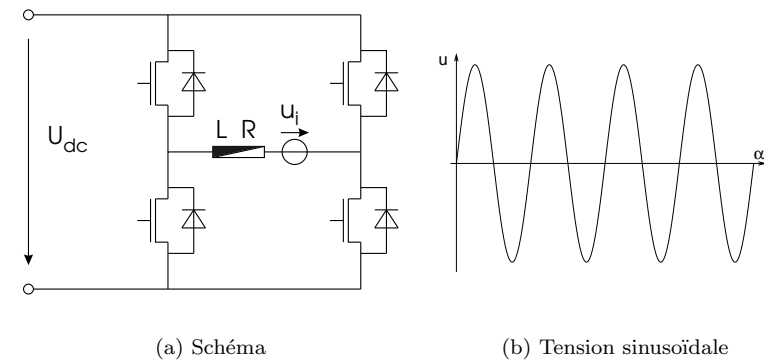


Fig. 4.1: Alimentation bipolaire

L'alimentation bipolaire consiste en un pont en H classique (Fig. 4.1(a)). Cette électronique permet de créer une tension d'alimentation positive et négative (Fig. 4.1(b)). La forme de la tension peut être définie à volonté en variant le temps ou le rapport d'enclenchement des transistors [35]. Il s'agit de l'alimentation la plus utilisée et nous supposons que le moteur est alimenté de cette manière dans le reste du chapitre.

Alimentation unipolaire

La figure 4.2(a) illustre une alimentation de type unipolaire. Elle se compose d'un transistor et d'une diode de roue libre. Une alimentation monophasée unipolaire génère une tension strictement positive (Fig. 4.2(b)). Le moteur doit donc être laissé en roue libre sur une demi-période électrique. Il s'agit donc de dimensionner le moteur pour qu'il ait un couple réductant

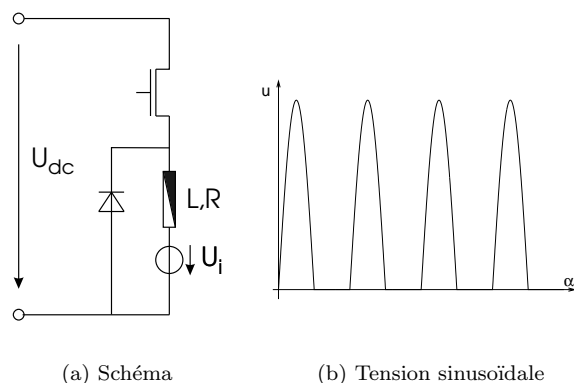


Fig. 4.2: Alimentation unipolaire

positif sur cette demi-période afin de lui permettre de continuer de tourner [4].

En pratique cette solution est difficilement envisageable. D'une part, le fait de devoir créer un couple positif sur une demi-période électrique augmente l'instabilité du système et rend sa conception et sa réalisation plus difficile. D'autre part, les matériaux d'un moteur alimenté en unipolaire sont sous-utilisés. Un moteur de ce type a donc un rapport poids/puissance moindre comparé au même moteur alimenté en bipolaire.

Il est malgré tout envisageable de réaliser un moteur alimenté en unipolaire ayant des performances acceptables. Il suffit de transformer le moteur monophasé en un moteur biphasé en bobinant deux fils en parallèle au lieu d'un seul. Il s'agit ensuite de connecter les deux bobines ainsi réalisées de manière à ce que les tensions induites à leurs bornes soient de signe opposé. Cette manière de procéder, illustrée à la figure 4.3, permet d'économiser deux transistors par rapport à une alimentation bipolaire tout en conservant la même géométrie et les mêmes caractéristiques. Son principal inconvénient est qu'elle nécessite une surface de cuivre dans le moteur deux fois plus importante qu'une alimentation bipolaire si l'on désire conserver le même rendement ¹

¹ En faisant l'hypothèse que la résistance de chacune des bobines du moteur alimenté

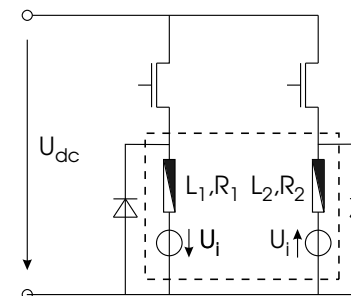


Fig. 4.3: Alimentation biphasée unipolaire

4.2 Modes de fonctionnement

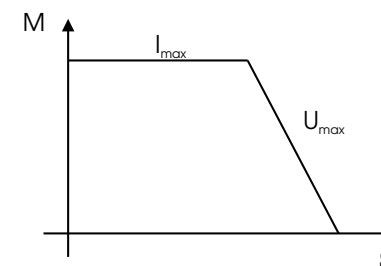


Fig. 4.4: Caractéristique de couple

La figure 4.4 montre la caractéristique de couple typique d'un moteur synchrone auto-commuté. La première partie de la courbe montre un fonctionnement en limitation de courant I_{max} et la seconde un fonctionnement limité par la tension d'alimentation U_{max} . Ces deux modes d'alimentation sont étudiés dans cette section. Toutefois la limitation de courant sera également introduite dans le cadre de l'alimentation en tension rectangulaire afin d'obtenir une caractéristique de couple plus précise (Fig.

en unipolaire est la même que celle de la bobine du moteur alimenté en bipolaire. Cette hypothèse ne tient pas compte du rayon moyen des bobines qui est supérieur dans le moteur alimenté en unipolaire

4.7).

4.2.1 Alimentation en courant

On suppose que le courant est imposé au moyen d'un régulateur et que la vitesse est constante. Il est possible d'exprimer le couple mutuel en fonction de la tension induite du moteur et du courant circulant dans la bobine (voir §3.2.1).

$$M_{ab}(\epsilon) = \frac{u_i(\epsilon) i(\epsilon)}{\Omega} \quad (4.1)$$

$$\bar{M}_{ab} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_{ab} d\epsilon \quad (4.2)$$

Si l'on exprime la tension induite u_i et le courant i en séries de Fourier, on obtient :

$$u_i(\epsilon) = \sum_{m=0}^{\infty} {}^m U_{ir} \cos((2m+1)p\epsilon) + {}^m U_{ii} \sin((2m+1)p\epsilon) \quad (4.3)$$

$$i(\epsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} {}^k I_r \cos(k\epsilon) + {}^k I_i \sin(k\epsilon) \quad (4.4)$$

Le couple mutuel devient, après intégration :

$$\bar{M}_{ab} = \frac{1}{2\Omega} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1)^p I_r {}^m U_{ir} + (2m+1)^p I_i {}^m U_{ii} \quad (4.5)$$

L'optimum du rendement est obtenu lorsque chacun des rangs harmoniques du courant est en phase avec son équivalent de la tension induite. D'autre part, les termes en sinus de la tension induite (notés ${}^m U_{ii}$) sont dus à la dissymétrie du stator ; ils sont de ce fait très petits. Pour le moteur bipolaire, seule la première harmonique du courant contribue au couple (voir section 3.2.2).

4.2.2 Alimentation en tension

Dans cette section, nous étudierons deux formes d'alimentation en tension :

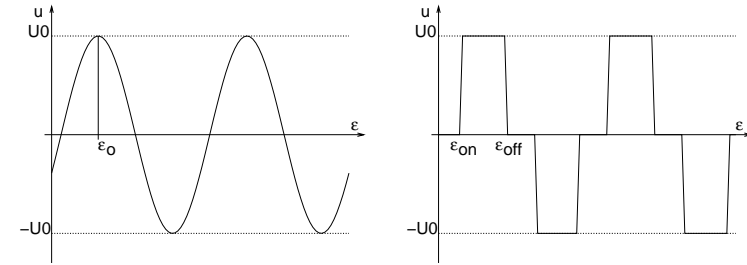


Fig. 4.5: Forme de la tension d'alimentation sinusoïdale/rectangulaire

- alimentation en tension sinusoïdale ;
- alimentation en tension rectangulaire.

Tension rectangulaire

Le moteur est alimenté au moyen d'une tension rectangulaire telle que celle représentée à la figure 4.5. Ce mode d'alimentation a le gros avantage de ne nécessiter qu'une connaissance très limitée de la position du moteur. Un capteur très simple comme une sonde de Hall ou une barrière optique suffisent pour déterminer l'instant d'allumage. Afin de simplifier le modèle, nous effectuerons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le moteur se trouve en régime établi, la vitesse angulaire Ω est constante et toute grandeur qui varie en fonction du temps peut être exprimée en fonction de la position du rotor ϵ ;
- l'inductance propre de la bobine ne varie pas. Lorsque cela n'est pas le cas, il est difficile, voir impossible, d'obtenir une solution analytique.

Le cas peut alors être traité de manière numérique (voir section 4.4).

A partir de ces hypothèses, l'équation de tension du moteur [4] devient :

$$u(\epsilon) = R i(\epsilon) + L \Omega \frac{di(\epsilon)}{d\epsilon} + u_i \quad (4.6)$$

Avec :

$$u(\epsilon) = \begin{cases} +U_0 & \text{si } \epsilon_{on} < \epsilon < \epsilon_{off} \\ -U_0 & \text{si } \epsilon_{on} < \epsilon - \pi < \epsilon_{off} \\ 0 & \text{dans les autres cas} \end{cases} \quad (4.7)$$

Cette équation différentielle peut être résolue de manière classique ; l'expression du courant devient :

$$i(\epsilon) = \frac{\pm U_0}{R} - e^{-\frac{R\epsilon}{L\Omega}} \int \frac{u_i(\epsilon)}{L\Omega} e^{\frac{R\epsilon}{L\Omega}} d\epsilon \quad (4.8)$$

Il suffit ensuite de remplacer $u_i(\epsilon)$ par son développement en série de Fourier (4.3) :

$$i(\epsilon) = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{R^2 + p^2 L^2 \Omega^2 (2m+1)^2} \left((R^m U_{ii} + (2m+1)pL\Omega^m U_{ir}) \sin(2m+1)p\epsilon \right. \right. \\ \left. \left. + (R^m U_{ir} - (2m+1)pL\Omega^m U_{ii}) \cos(2m+1)p\epsilon \right) \right) \pm \frac{U_0}{R} + K e^{-\frac{R\epsilon}{L\Omega}} \quad (4.9)$$

K est une constante d'intégration dépendant des conditions initiales. Cette expression est relativement compliquée, c'est pourquoi nous supposons que la tension induite est purement sinusoïdale :

$$u_i(\epsilon) = \hat{U}_i \cos(\epsilon); \quad (4.10)$$

Cette hypothèse correspond à un moteur bipolaire non saturé. Par la suite, nous supposons également que le courant est limité électroniquement à i_{max} . Son allure est déterminée par les angles d'allumage et d'extinction ϵ_{on} et ϵ_{off} ainsi que par la tension induite de mouvement u_i . A partir de ces considérations, il est possible de déterminer les expressions du courant à l'allumage ($i(\epsilon_{on}) = 0, U = +U_0$) et à l'extinction ($i(\epsilon_{off}) = i_{max}, U = -U_0$).

$$i_{on}(\epsilon) = \left(-\frac{U_0}{R} + \frac{R^2 \hat{u}_i \cos \epsilon_{on} + L\Omega R \hat{u}_i \sin \epsilon_{on}}{R(R^2 + L^2 \Omega^2)} \right) e^{-\frac{R(\epsilon - \epsilon_{on})}{L\Omega}} \\ + \frac{U_0}{R} - \frac{\hat{u}_i R^2 \cos \epsilon + L\Omega \hat{u}_i R \sin \epsilon}{R(R^2 + L^2 \Omega^2)} \quad (4.11)$$

$$i_{off}(\epsilon) = \left(\frac{U_0}{R} + i_{max} + \frac{R^2 \hat{u}_i \cos \epsilon_{off} + L\Omega \hat{u}_i R \sin \epsilon_{off}}{R(R^2 + L^2 \Omega^2)} \right) e^{-\frac{R(\epsilon - \epsilon_{off})}{L\Omega}} \\ - \frac{U_0}{R} - \frac{+\hat{u}_i R^2 \cos \epsilon + L\Omega \hat{u}_i R \sin \epsilon}{R(R^2 + L^2 \Omega^2)} \quad (4.12)$$

Il est ensuite possible d'obtenir la valeur efficace du courant ainsi que celle de sa première harmonique en effectuant les intégrales suivantes :

$$I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2(\epsilon) d\epsilon} \quad (4.13)$$

$${}^1I_r = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\epsilon) \cos(\epsilon) d\epsilon \quad (4.14)$$

Dans le cas du moteur bipolaire, le couple est proportionnel à 1I_r et les pertes Joule à I^2 . Ces intégrales peuvent être résolues analytiquement, pour ce faire il suffit de les décomposer en tronçons en tenant compte de la limitation du courant comme le montre la figure 4.6. Cette figure représente la valeur instantanée du courant sur une demi-période pour le moteur 3 de l'annexe C. La tension induite est admise proportionnelle au cosinus de ϵ . Il s'agit du cas comprenant le maximum de tronçons différents. Ce cas est obtenu lorsque la tension induite est suffisamment grande pour créer un creux dans la caractéristique de courant.

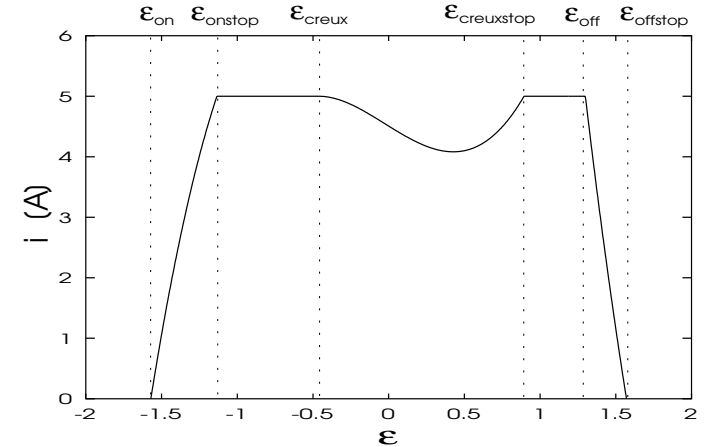


Fig. 4.6: Courant pour $\Omega = 1200$ [rad/s]

La valeur instantanée du courant peut être décomposée au maximum en cinq tronçons :

– l'enclenchement $\epsilon = \epsilon_{on} \rightarrow \epsilon_{onstop}$;

- une première partie en limitation du courant $\epsilon = \epsilon_{onstop} \rightarrow \epsilon_{creux}$;
- un creux $\epsilon = \epsilon_{creux} \rightarrow \epsilon_{creuxstop}$;
- une seconde partie en limitation de courant $\epsilon = \epsilon_{creuxstop} \rightarrow \epsilon_{off}$;
- le déclenchement $\epsilon = \epsilon_{off} \rightarrow \epsilon_{offstop}$;

On suppose que les angles d'enclenchement ϵ_{on} et de déclenchement ϵ_{off} sont connus. ϵ_{onstop} , ϵ_{creux} , $\epsilon_{creuxstop}$ et $\epsilon_{offstop}$ peuvent être obtenus en résolvant respectivement chacune des équations suivantes :

$$i_{on}(\epsilon_{onstop}) = I_{max} \quad (4.15)$$

$$U_0 - u_i(\epsilon_{creux}) - RI_{max} = 0 \quad (4.16)$$

$$i(\epsilon_{on} = \epsilon_{creux}) = I_{max} \quad (4.17)$$

$$i_{off}(\epsilon_{offstop}) = 0 \quad (4.18)$$

Seule l'équation (4.16) peut être résolue analytiquement. Les autres solutions peuvent être obtenues de manière numérique.

Il est ensuite possible de tracer la caractéristique de couple du moteur (Fig. 4.7) ainsi que celle de la valeur efficace du courant (Fig. 4.8) en fonction de la vitesse pour le moteur 3 de l'annexe C avec $\epsilon_{on} = -\pi$, $\epsilon_{offstop} = \pi$ et $I_{max} = 5A$:

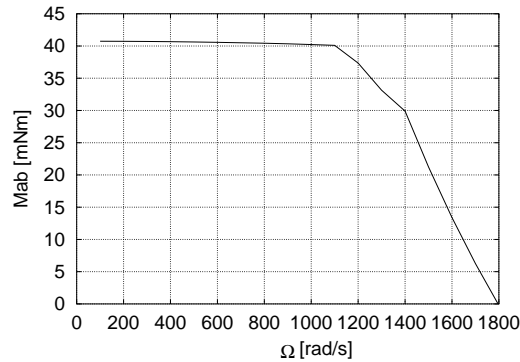


Fig. 4.7: Caractéristique de couple du moteur 3

Cette caractéristique se décompose en trois parties. La valeur instantanée du courant pour une vitesse appartenant à chacune de ces parties a été

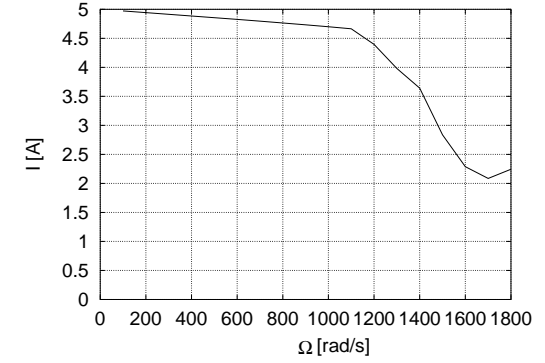


Fig. 4.8: Valeur efficace du courant du moteur 3

représentée à la figure 4.9 Dans la première partie le courant s'établit à sa valeur limitée puis s'éteint sans creux. Dans la seconde, un creux apparaît dans la caractéristique de courant. Dans la troisième, le courant n'est plus limité et peut même devenir négatif. Ce dernier phénomène explique que la valeur efficace du courant passe par un minimum à la figure 4.8.

Tension sinusoïdale

Lorsque la tension d'alimentation est sinusoïdale, il est possible de simplifier le problème en travaillant avec des grandeurs complexes. L'équation de la tension de phase devient :

$$\underline{U} = R\underline{I} + j\Omega L\underline{I} + \underline{U}_i \quad (4.19)$$

avec :

$$\Omega = 2\pi f = p\omega \quad (4.20)$$

Cette équation est caractéristique des moteurs synchrones [4],[36]. Cette relation est représentée à la figure 4.10 pour un fonctionnement en moteur.

La valeur efficace du courant peut être tirée de (4.19) :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U} - \underline{U}_i}{R + j\Omega L} \quad (4.21)$$

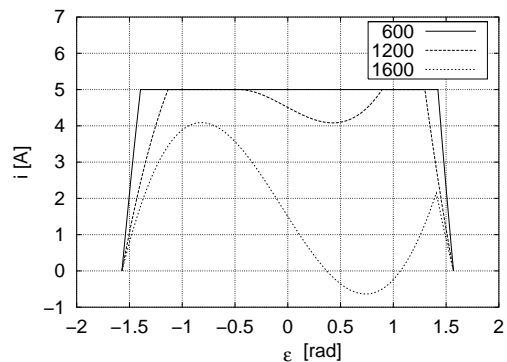


Fig. 4.9: Valeur instantanée du courant pour $\Omega = 600, 1200, 1600[\text{rad/s}]$

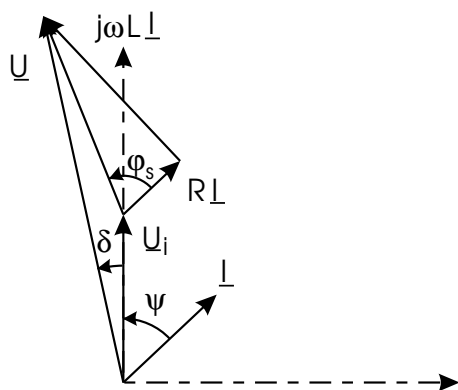


Fig. 4.10: Diagramme des phaseurs

La valeur moyenne du couple mutuel peut alors être obtenue en supposant que la vitesse reste constante sur une période :

$$\bar{M}_{ab} = \frac{1}{\Omega} U_i I \cos(\psi) \quad (4.22)$$

$$= \frac{U_i}{\Omega \sqrt{R^2 + \Omega^2 L^2}} (U \cos(\varphi_s - \delta) - U_i \cos(\varphi_s)) \quad (4.23)$$

La caractéristique du moteur 3 de l'annexe C est représentée à la figure 4.11. Cette caractéristique est obtenue à partir des équations (4.21) et (4.22) (avec $\delta = 0$ et une limitation de courant $I_{max} = 5A$ efficace).

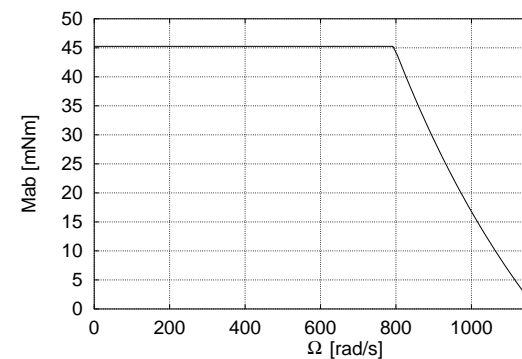


Fig. 4.11: Caractéristique de couple du moteur 3 alimenté en tension sinusoïdale

4.2.3 Oscillations de couple

Le moteur monophasé génère un couple mutuel pulsant. Si l'on désire diminuer l'amplitude des oscillations de couple, il s'agit de dimensionner le moteur de manière à ce qu'il ait un couple réactant important lorsque le couple mutuel est nul. Lorsque le moteur est alimenté par un courant sinusoïdal, il est même possible d'obtenir un couple statique constant.

Le couple réactant d'un moteur bipolaire non saturé peut être admis

sinusoïdal (3.69) :

$$M_a = \widehat{M}_a \sin(2\epsilon + \epsilon_d) \quad (4.24)$$

Le couple mutuel comprend des harmoniques de rangs supérieurs. Mais ces dernières sont quasiment négligeables par rapport à la fondamentale, lorsque le moteur n'est pas saturé. On peut donc faire l'approximation suivante :

$$M_{ab} = Ki(\epsilon) \cos(\epsilon) \quad (4.25)$$

D'autre part, lorsque l'on alimente le moteur avec un courant sinusoïdal déphasé de ϵ_0 , on obtient :

$$M_{ab} = K\widehat{I} \cos(\epsilon + \epsilon_0) \cos(\epsilon) \quad (4.26)$$

$$= \frac{K}{2} \widehat{I} (\cos(2\epsilon + \epsilon_0) + \cos(\epsilon_0)) \quad (4.27)$$

En additionnant cette dernière grandeur au couple réductant, on obtient le couple total :

$$M_{tot} = \frac{K}{2} \widehat{I} (\cos(2\epsilon + \epsilon_0) + \cos(\epsilon_0)) + \widehat{M}_a \sin(2\epsilon + \epsilon_d) \quad (4.28)$$

Le couple total est constant lorsque :

$$\widehat{I} = -\frac{2}{K} \widehat{M}_a \quad (4.29)$$

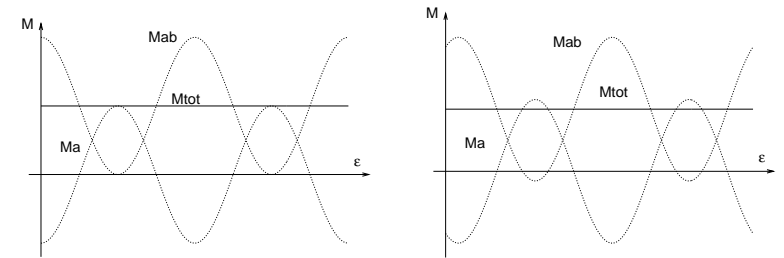
$$\epsilon_0 = \epsilon_d - \frac{\pi}{2} \quad (4.30)$$

Il vaut alors :

$$M_{tot} = \widehat{M}_a \cos \epsilon_d \quad (4.31)$$

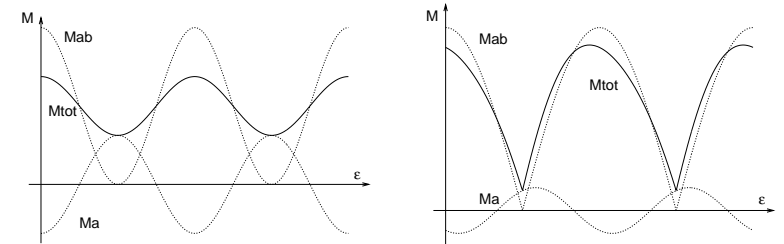
Le meilleur rapport couple / courant est obtenu lorsque ce dernier est en phase avec la tension induite, c'est-à-dire lorsque $\epsilon_0 = 0$. Il s'agit donc de déterminer la position de la dissymétrie pour que $\epsilon_d = \frac{\pi}{2}$.

La figure 4.12 compare les valeurs du couple total M_{tot} obtenues pour différentes valeurs relatives de $K\widehat{I}$, M_a et ϵ_d . Les figures 4.12(a) et 4.12(b) illustrent l'obtention d'un couple total constant pour $\epsilon_d = \frac{\pi}{2}$ et $\epsilon_d = \frac{\pi}{3}$ respectivement. Dans ce dernier cas, le couple mutuel doit changer de signe pour atténuer les pointes du couple réductant, ce qui n'est pas souhaitable.



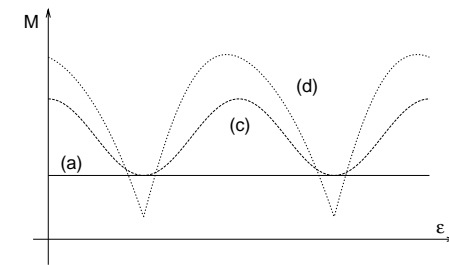
(a) $K\widehat{I} = 1$ $M_a = -0.5$ $\epsilon_d = \frac{\pi}{2}$

(b) $K\widehat{I} = 1$ $M_a = -0.5$ $\epsilon_d = \frac{\pi}{3}$



(c) $K\widehat{I} = 1.6$ $M_a = -0.5$ $\epsilon_d = \frac{\pi}{2}$

(d) Signal de courant rectangulaire avec $K\widehat{I} = 1.6$ $M_a = 0.2$ $\epsilon_d = \frac{\pi}{3}$



(e) Comparaison de M_{tot} des figures a,c et d

Fig. 4.12: Couple total pour différentes valeurs de $K\widehat{I}$, M_a et ϵ_d

La figure 4.12(c) montre les oscillations du couple total obtenues lorsque l'on a alimenté le moteur avec un courant supérieur. De telles oscillations sont réduites par rapport à celles d'un moteur alimenté par un courant de forme rectangulaire (cas idéal) et ayant un couple réductant plus faible (Fig. 4.12(d)). La dernière figure (Fig. 4.12(e)) présente la comparaison des différentes allures du couple total obtenues précédemment. Les oscillations du couple statique total peuvent être réduites, voir annulées lorsque :

- le moteur est alimenté par un courant sinusoïdal ;
- la valeur de crête du couple réductant est importante ;
- l'angle ϵ_d est proche de $\frac{\pi}{2}$.

Ce résultat a toutefois un prix : la valeur moyenne du couple total est légèrement plus faible que celle d'un moteur alimenté par un courant de forme rectangulaire ou trapèzoidale.

La réduction des oscillations de couple est un aspect important lorsque l'on désire réduire le bruit audible émis par le moteur. Elle n'est toutefois possible qu'autour d'une valeur précise du couple désiré. D'autre part, cette valeur est généralement inférieure au couple qu'on pourrait obtenir en alimentant le moteur à sa limite thermique.

4.3 Mesure de position

Le but de la mesure de position est de permettre la commutation électronique et le réglage en vitesse ou en couple du moteur. Le moteur monophasé se prête assez mal à du réglage en position en mode auto-commuté². La précision des capteurs n'a pas besoin d'être très fine pour des réglages en couple ou en vitesse. Elle doit toutefois permettre au moteur de démarrer et d'être commuté de manière optimale. Nous n'aborderons donc pas l'utilisation de capteurs de précision comme les "resolver" ou les capteurs incrémentaux.

4.3.1 Sonde de Hall analogique

Les sondes de Hall dites "analogiques" donnent un signal proportionnel à l'induction qu'elles mesurent. Dans le cas du moteur bipolaire l'induction

² Le problème est entièrement différent lorsque ce moteur est à utiliser en mode pas-à-pas (horlogerie).

créée par l'aimant est purement sinusoïdale. Cette propriété permet de réaliser aisément une alimentation sinusoïdale en plaçant une sonde de Hall analogique dans l'entrefer. La figure 4.13 montre la comparaison entre la tension induite du moteur 3 de l'annexe C et le signal délivré par une sonde de Hall placée au milieu d'une de ses deux encoches. La sonde de Hall délivre un signal sinusoïdal (proportionnel à l'induction en face du milieu de l'encoche) qui doit être en phase avec la tension induite. On peut exprimer la tension induite u_i en fonction de l'induction au milieu de l'encoche B :

$$B = \widehat{B} \cos(\epsilon) \quad (4.32)$$

$$u_i = \frac{d\psi_{ab}}{dt} = \Omega \frac{d\psi_{ab}}{d\epsilon} = \Omega \frac{d}{d\epsilon} \int_0^\pi \widehat{B} \cos(\alpha + \epsilon) d\alpha = 2\Omega \widehat{B} \cos(\epsilon) \quad (4.33)$$

Le déphasage entre les deux signaux s'explique par le mauvais calage de la sonde de Hall. Toutefois, cet aspect important de l'alimentation des moteurs triphasés n'est que relatif dans le cas des moteurs monophasés bipolaires. En effet l'erreur de calage est à rapporter sur une période qui est dans ce cas de 360° . D'autre part, il n'y a qu'une sonde à caler et il suffit de la placer au milieu d'une des encoches. La tolérance sur la position de la sonde de Hall peut donc être beaucoup plus importante. Le signal de la sonde de Hall peut ensuite être directement introduit dans un régulateur de tension ou de courant selon l'application désirée. La figure 4.14 présente un schéma de principe pour ces régulateurs.

Lorsque l'inductance est importante et que le moteur est alimenté en tension, le calage de la sonde de Hall doit être choisi en fonction de la vitesse nominale du moteur. Cette méthode de commutation possède toutefois l'inconvénient d'être sensible au bruit électromagnétique. L'emplacement de la sonde de Hall doit donc être choisi avec soin.

4.3.2 Capteurs bistables

Ces capteurs sont réalisés au moyen d'une sonde de Hall à laquelle est adjoint un circuit qui ne renvoie qu'un signal positif ou nul en fonction du signe du signal de la sonde de Hall. Ils peuvent également être réalisés au moyen d'une barrière optique et d'une mécanique adéquate. Ceci permet d'avoir un capteur distinct du circuit magnétique et donc moins per-

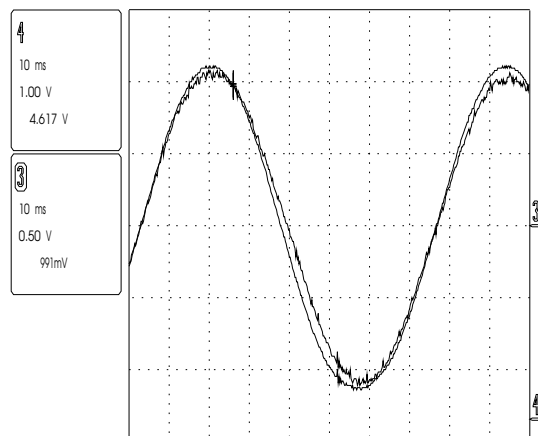


Fig. 4.13: Comparaison entre la tension induite (3) et le signal donné par la sonde de Hall (4) à vide

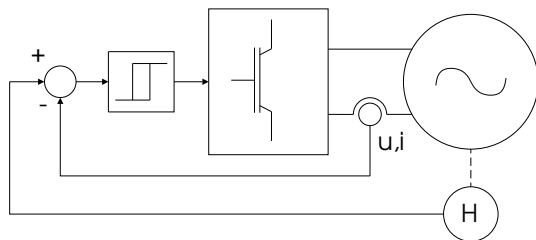


Fig. 4.14: Schéma de principe du régulateur de tension ou de courant avec sonde de Hall analogique

turbé par le bruit électromagnétique ou la chaleur. Par contre, ce genre de construction est relativement onéreuse pour un petit moteur.

L'avantage de ce type de capteurs sur les sondes de Hall analogiques est sa faible dépendance à la forme de l'induction dans l'entrefer (les capteurs optiques en sont même totalement indépendants). Dans le cas du moteur qui nous intéresse, cette propriété n'est intéressante que dans la mesure où l'on peut ainsi se permettre d'avoir des capteurs de plus mauvaise qualité qui sont moins chers. D'autre part, lorsque l'on désire réaliser une alimentation en tension rectangulaire, ce type de capteurs s'impose tout naturellement. Dans le cas d'un moteur monophasé multipolaire, l'induction créée par l'aimant n'est plus sinusoïdale. En effet, dans ce cas, l'induction créée par l'aimant dans l'entrefer possède des harmoniques de rang supérieur à un (2.100) et (2.101). Les sondes de Hall analogiques ne peuvent donc plus être employées avec la même simplicité.

4.3.3 Spires de mesure

Il est possible de mesurer la tension induite du moteur en bobinant quelques spires autour du noyau de la bobine. Cette propriété est particulièrement intéressante lorsque le moteur est biphasé et alimenté en unipolaire. En effet, chacune des bobines qui le constitue est alimentée alternativement sur une demi-période. Une bobine de mesure n'est donc plus nécessaire. La tension induite mesurée aux bornes de la bobine non alimentée vaut :

$$u_{b2} = L_{12} \frac{di_1}{dt} + u_i(t) \quad (4.34)$$

Afin de vérifier la faisabilité d'un tel principe, le moteur 3 de l'annexe C a été alimenté de manière bipolaire sur une bobine dans différentes conditions. La tension induite mesurée sur la seconde bobine³ est comparée avec le signal délivré par une sonde de Hall placée dans une des deux encoches du moteur.

Les figures 4.13 et 4.15 illustrent le déphasage entre la tension induite et la sonde de Hall analogique (référence dans ce cas). Le moteur est alimenté par une électronique de type linéaire pilotée par une sonde de

³ Ce prototype a été réalisé avec deux bobines de manière à pouvoir être alimenté en bipolaire ou en unipolaire.

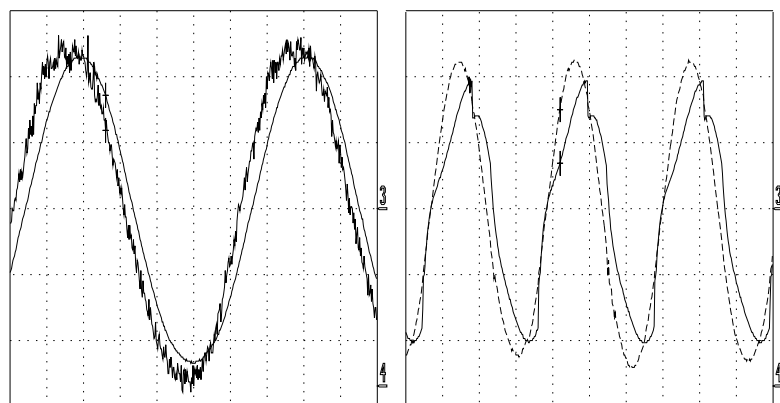
(a) Alim. courant $I=6A$ (b) Alim. tension rect. $I=4A$

Fig. 4.15: Comparaison tension induite (3) - sonde de Hall (4)

Hall pour des essais à vide (Fig. 4.13) et en charge (Fig. 4.15(a)). A la figure (Fig. 4.15(b)), l'alimentation est modulée par largeur d'impulsion et la détection de la position est réalisée selon la méthode de la section 4.3.4. Dans ce dernier cas, la tension induite (en trait plein) a dû être filtrée afin de pouvoir être traitée.

La mesure de la tension induite (de mouvement et de transformation) sur la seconde bobine subit une déformation. Cette déformation dépend de l'amplitude et de l'allure du courant circulant dans la bobine alimentée. Il est possible de la compenser en tenant compte du couplage entre les deux bobines. Toutefois cette compensation est dépendante de la connaissance des différents paramètres du moteur. Elle dépend également de la mesure précise et simultanée des valeurs du courant de phase et de la tension induite sur la seconde bobine.

D'autre part, cette technique ne fonctionne pas pour démarrer le moteur (la tension induite est nulle). Pour ces raisons, nous avons préféré appliquer la méthode de la section suivante qui ne nécessite aucun capteur supplémentaire et fonctionne parfaitement avec une seule bobine.

4.3.4 Capteurs indirects

Le principe de cette méthode consiste à utiliser le moteur (monophasé) tel quel sans aucun capteur de position ou de vitesse. Ces deux grandeurs sont déduites de la mesure de la tension aux bornes de la bobine et du courant qui la parcourt. Cette technique a été réalisée au moyen d'une électronique d'alimentation bipolaire. Plusieurs méthodes existantes sont applicables [1],[37]. La méthode utilisée dans ce cas a été développée et réalisée par F. Bonvin [41]. Il s'agit d'une technique simple et efficace qui a été testée sur le moteur 3 de l'annexe C. A l'aide de cette technique, le moteur démarre en trois étapes :

- détection de la position à l'arrêt ;
- démarrage ;
- auto-commutation.

Pour démarrer le moteur dans son sens de rotation préférentiel du premier coup, il s'agit de déterminer dans quelle position se trouve le rotor (deux possibilités). Pour ce faire on utilise une méthode développée pour démarrer les moteurs synchrones triphasés [37]. Dans cette méthode, il suffit d'appliquer deux brèves impulsions de tension au moteur et de mesurer le courant circulant dans la phase à la fin de chacune de ces impulsions. La figure 4.16 représente les impulsions de courant résultantes. La différence d'amplitude des pics de courant obtenus s'explique par la saturation du circuit ferromagnétique du moteur : pour la première impulsion, le flux créé par l'aimant s'ajoute au flux créé par la circulation du courant dans la bobine. Pour la seconde, ces deux flux se soustraient (le pic de courant est donc plus petit dans ce cas). Pour démarrer le moteur dans le bon sens, il s'agit donc d'appliquer à ses bornes une tension du même signe que celle de l'impulsion donnant le plus petit pic de courant.

L'étape suivante consiste à démarrer le moteur. Pour ce faire, il s'agit de délivrer une impulsion de tension suffisamment large pour effectuer un pas. Après avoir attendu l'extinction du courant de phase, on mesure la tension induite de mouvement. On alimente ensuite le moteur par impulsions de tension successives du même signe que la tension induite mesurée entre chacune d'elles. Ce processus de démarrage du moteur est illustré à la figure 4.17. Sur cette figure sont représentés le courant de phase ainsi que la valeur de la tension induite mesurée entre chaque impulsion. Cette dernière n'est pas mesurée au début du graphe et a donc une valeur nulle au début de l'oscillogramme.

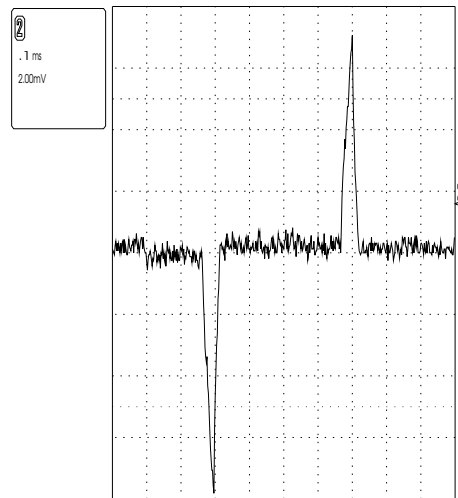


Fig. 4.16: Impulsion de courant pour détecter la position

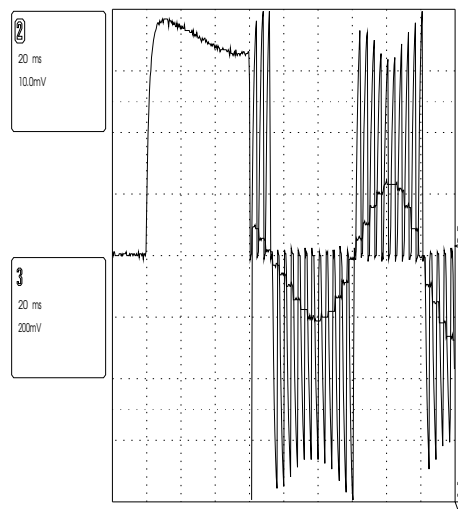


Fig. 4.17: Démarrage

Lorsque le moteur a atteint une certaine vitesse, il est possible de passer en mode auto-commuté. Dans ce mode, la vitesse du moteur est calculée en comptant le nombre de passage par zéro de la tension induite du moteur. La position est ensuite obtenue en supposant que la vitesse reste constante sur une demi-période. On alimente la phase pendant une demi-période en attendant le moment où la tension induite devrait passer par zéro. Peu de temps avant cet instant calculé, on coupe l'alimentation et on mesure la tension induite. Le passage par zéro de cette dernière permet la remise à zéro de la position et l'allumage pour la demi-période suivante. Ce processus est illustré à la figure 4.18. Cette figure montre, de haut en bas, la valeur calculée de la position du moteur, la valeur instantanée du courant de phase et la mesure de la tension induite du moteur durant l'interruption de l'alimentation de tension. Dans ce cas, le moteur est alimenté en tension sinusoïdale.

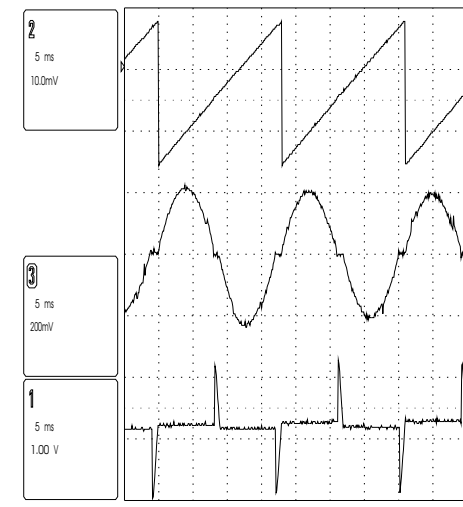


Fig. 4.18: Auto-commutation

Cette section démontre la possibilité d'alimenter le moteur sans capteur de manière relativement simple. Il s'agit d'une étude de principe qui a été testée avec succès sur le moteur 3 de l'annexe C. L'auto-commutation a été réalisée à l'aide d'un DSP. Si l'utilisation d'une unité de calcul aussi

performante est discutable, il est toutefois difficile de la remplacer avantageusement par une électronique conventionnelle.

4.4 Régimes transitoires

4.4.1 Introduction

Cette section est consacrée à l'étude numérique du comportement du moteur en régime dynamique. Cette étude est nécessaire lorsque les phénomènes qui nous intéressent ne sont plus modélisables de manière analytique. Ce qui est le cas lorsque :

- la vitesse ne peut plus être considérée comme constante sur une période (démarrage, étude des oscillations de couple) ;
- la saturation du circuit magnétique varie fortement en fonction du courant ou de la position du rotor ;
- on désire tenir compte des courants de Foucault de manière dynamique.

Dans le cas du moteur bipolaire à rotor externe étudié, ces deux derniers points ont été négligés. Pour de plus amples informations à ce sujet, voir [39] et [40]. Lorsque le moteur est en régime stationnaire, non-saturé et que la manière globale de tenir compte des courants de Foucault suffit, la méthode analytique développée dans ce qui précède peut être appliquée. Elle est particulièrement adaptée pour tracer la caractéristique de couple.

4.4.2 Modélisation

Lorsqu'il n'est plus possible de résoudre les équations différentielles de manière analytique, ces dernières peuvent être résolues par une méthode d'intégration numérique comme celle de Runge-Kutta [25]. Il s'agit toutefois de tenir compte du caractère non-linéaire du comportement des semi-conducteurs. Il existe plusieurs méthodes pour modéliser les éléments semi-conducteurs d'un circuit :

- la plus simple consiste à établir un système d'équations par état de conduction ou non-conduction d'un semi-conducteur. Cette méthode est limitée à des circuits simples. Elle est cependant très efficace si l'on assure une transition continue entre les systèmes (pas de discontinuité des variables d'état) ;

- une méthode plus évoluée consiste à modéliser chaque semi-conducteur par un couple d'éléments passifs résistance/inductance dont on change les valeurs à chaque commutation. Cette méthode permet de prendre en compte des circuits importants mais nécessite un plus grand nombre d'équations d'état que la précédente [38] ;
- il existe également des logiciels qui permettent de modéliser entièrement les transistors selon leur type.

Le nombre de cas différents à prendre en compte étant relativement limité, la première méthode a été choisie. La seconde méthode a été étudiée dans un premier temps, mais elle conduit à un nombre d'équations deux fois plus important et donc à un temps de calcul double. Le circuit se compose

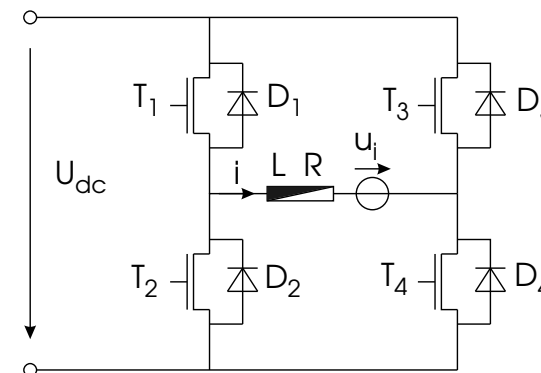


Fig. 4.19: Alimentation bipolaire

d'un pont en H tel que représenté à la figure 4.19. Si l'on considère que les semi-conducteurs sont commutés par paires de composants identiques, on obtient cinq cas d'enclenchement-déclenchement différents classés par rapport au sens du courant circulant dans le moteur. Ces cinq cas sont :

- le pont est bloqué (tous déclenchés) ;
- les transistors (T1 et T4) conduisent un courant positif ;
- les transistors (T2 et T3) conduisent un courant négatif ;
- les diodes (D2 et D3) conduisent un courant positif ;
- les diodes (D1 et D4) conduisent un courant négatif ;

Le flux a été choisi comme variable d'état à la place du courant afin de ne pas avoir à calculer les dérivées des inductances par rapport au courant

pour le cas où le moteur serait saturé [1]. Les équations d'état sont les suivantes :

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (M_a + M_{ab} - M_{fs} - M_{fv}) \quad (4.35)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \Omega \quad (4.36)$$

$$\frac{d\psi_b}{dt} = U - Ri \quad (4.37)$$

Avec :

- $U = +U_0$ lorsque les transistors (T1 et T4) conduisent un courant positif
- $U = -U_0$ lorsque les transistors (T2 et T3) conduisent un courant négatif
- $U = -U_0 + U_D$ lorsque les diodes (D2 et D3) conduisent un courant positif
- $U = U_0 - U_D$ lorsque les diodes (D1 et D4) conduisent un courant négatif

Lorsque l'on désire tenir compte de la résistance de conduction des transistors, il suffit de l'ajouter (deux fois) à celle du moteur lorsque ces derniers conduisent. La tension induite est égale à la dérivée du flux mutuel lorsque le pont est bloqué :

$$\frac{d\psi_b}{dt} = u_i = \frac{d\psi_{ab}}{d\epsilon} \Omega \quad (4.38)$$

Le courant peut être obtenu à partir du flux totalisé de la bobine, du flux mutuel et de l'inductance propre de la bobine :

$$i = \frac{\psi_b - \psi_{ab}}{L} \quad (4.39)$$

Les valeurs des couples mutuel et réductant peuvent être obtenus à partir des équations (3.20) et (3.21). Le couple de frottement sec M_{fs} dépend du sens de rotation du moteur qui peut changer lorsque le rotor oscille. Le couple de frottement visqueux peut être obtenu à partir du coefficient de frottement visqueux et de la vitesse angulaire du moteur :

$$M_{fv} = k_{fv} \Omega \quad (4.40)$$

La figure 4.20 illustre le schéma de passage d'un état à l'autre. Si l'on désire effectuer les commutations en unipolaire, il s'agit d'ajouter à ce diagramme au moins deux états parmi les quatre suivants (T1-D3, T3-D1, T2-D4, T4-D2).

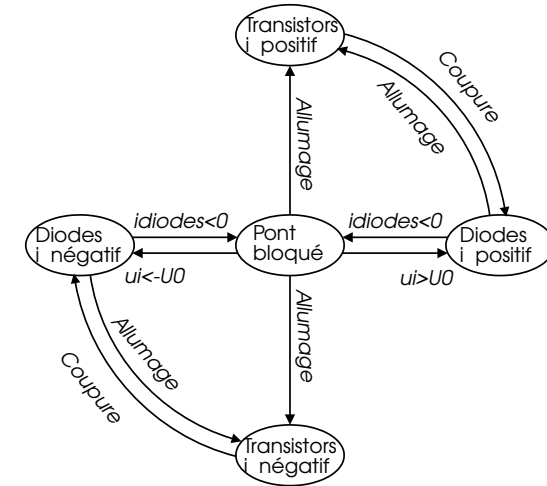


Fig. 4.20: Diagramme d'état du modèle

4.4.3 Démarrage

Le moteur 3 de l'annexe C a été simulé pour une alimentation en tension rectangulaire limitée en courant à 9 A (entre 8 et 10) par un régulateur "tout ou rien". La figure 4.21 illustre le courant de démarrage à vide de ce moteur. Les instants d'enclenchement et de déclenchement sont fixes pour $\epsilon = 0.1$ et $\epsilon = 3.04$ respectivement. Il est possible de simuler des algorithmes de réglage plus complexes et de tester leur comportement au moyen de ce type de modélisation [38].

Pour notre application, le but d'un tel calcul est de savoir quel va être le comportement du moteur monophasé au démarrage, et quelle est l'influence du couple réductant sur le temps nécessaire au moteur pour atteindre sa vitesse nominale. L'énergie moyenne consommée pour vaincre le couple réductant est nulle. Supposons qu'on dispose de deux moteurs identiques à l'exception de la valeur de crête de leur couple réductant. La différence de leur temps de démarrage se mesure sur les premiers tours. Cependant, pour un moteur à rotor externe dont l'inertie est importante, cette différence est quasiment imperceptible comme le montre la figure

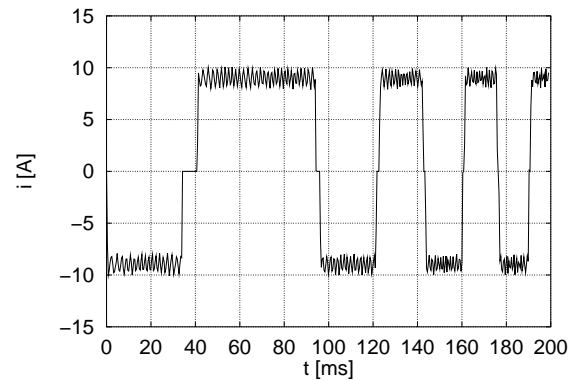


Fig. 4.21: Courant de démarrage du moteur 3

4.22. Sur cette figure, le moteur 3 a été comparé avec un moteur ayant un couple réductant deux fois plus important et un moteur ayant un couple réductant cinq fois moindre. Le démarrage est effectué dans les mêmes conditions que précédemment. On note au passage que les ondulations de la vitesse sont plus faibles lorsque le couple réductant est du même ordre que le couple mutuel.

La différence permanente entre les courbes de vitesse peut être expliquée de la manière suivante : les moteurs simulés sont commutés avec un temps mort entre l’extinction et l’allumage suivant. Ce temps mort est fixe dans cette simulation. Le moteur ayant un plus faible couple réductant a une vitesse instantanée plus élevée au moment du passage du temps mort. Ce passage s’effectue donc plus vite et l’enclenchement suivant est lui aussi plus rapide. Le couple mutuel moyen est donc plus élevé pour un moteur ayant un couple réductant faible. Ceci ne se remarque que sur les premières oscillations et peut facilement être corrigé en adaptant l’angle de commutation à la vitesse du moteur. Le couple réductant n’a donc pas d’influence sur le démarrage du moteur.

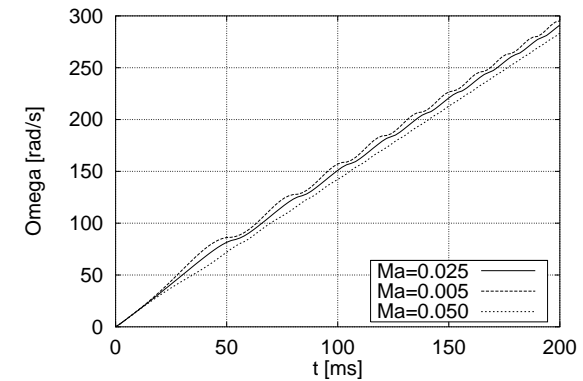


Fig. 4.22: Comparaison des vitesses instantanées pour 3 moteurs ayant des couples réductants différents

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, diverses façons d’alimenter un moteur monophasé ont été étudiées. Un modèle pour calculer sa caractéristique de couple a été proposé. Ce modèle dépend du type d’alimentation : en tension ou en courant et de la forme du signal : sinusoïdal ou rectangulaire. Il permet de représenter très rapidement une caractéristique de couple (ou de courant) du moteur en fonction de la valeur de la limitation de courant et des instants d’allumage et d’extinction des transistors.

Les manières suivantes d’auto-commuter le moteur ont été étudiées :

- capteurs de Hall ou optiques ;
- spires de mesure ;
- capteurs indirects.

L’utilisation d’une sonde de Hall permet de limiter le nombre de composants électroniques à un strict minimum. La commutation par capteurs indirects (aussi appelée “sans capteurs”) a le désavantage de nécessiter une unité de calcul pour remplacer le capteur. Cependant lorsque l’on désire une certaine flexibilité l’emploi d’un microcontrôleur est quasiment indispensable. Dans ce cas, cette solution est la plus avantageuse. La solution des spires de mesure ne se justifie que lorsque l’alimentation est

biphasée unipolaire.

Afin de compléter cette étude, le comportement du moteur a été étudié en régime transitoire au moyen d'une méthode numérique. Cette méthode a permis de comparer les comportements au démarrage de différents moteurs en fonction de leur couple réluctant. Elle peut facilement être utilisée pour étudier d'autres régimes transitoires ou tester des algorithmes de réglage.

5. EXEMPLE DE RÉALISATION

Sommaire

5.1	Introduction	123
5.2	Choix et optimisation	125
5.3	Essais	127
5.3.1	Tension induite	129
5.3.2	Caractéristiques statiques	131
5.3.3	Caractéristique couple-vitesse	134
5.3.4	Oscillations de couple	136
5.4	Conclusion	139

[Table des matières]

5.1 Introduction

Afin d'illustrer les chapitres précédents, un prototype de moteur bipolaire à rotor externe a été réalisé. Dans ce chapitre, nous verrons quels ont été les critères de son dimensionnement ainsi que les résultats obtenus. Dans un premier temps nous commencerons par établir le cahier des charges et réaliser le dimensionnement. Ensuite nous comparerons les résultats théoriques avec les mesures.

Le prototype désiré devait avoir les caractéristiques suivantes :

- être disponible rapidement ;
- permettre la validation des résultats théoriques ;
- avoir de bonnes performances, en particulier un bon rendement ;
- émettre un bruit acoustique faible ;

Pour ces raisons, le moteur a été dimensionné en prenant une certaine marge de sécurité vis-à-vis de l'échauffement et de la saturation. La réalisation

d'un prototype pour un moteur de ce type se heurte aux difficultés suivantes :

- les moteurs de ce type sont généralement d'assez petite taille. Ils sont donc difficiles à fabriquer avec les moyens de notre atelier ;
- les aimants désirés sont difficiles, voir impossibles à obtenir dans un délai raisonnable lorsque l'on les commande en très petite quantité.

Il a malgré tout été possible d'obtenir des aimants en NdFeB liés au plastique. Cette caractéristique diminue l'induction rémanente de l'aimant (0.6 au lieu de 1.1 [T]) mais permet une plus grande flexibilité quant à son usinage. Les échantillons d'aimant obtenus ont les caractéristiques suivantes :

d_{int}	diamètre interne :	28	[mm]
d_{ext}	diamètre externe :	32	[mm]
l	longueur :	12	[mm]
μ_{ra}	perméabilité relative :	1.3	[1]
B_0	induction rémanente	0.6	[T]
T_{max}	température maximale d'utilisation	100	[°C]

Le premier point du cahier des charges est d'utiliser les aimants disponibles. Le moteur bipolaire se prête assez mal à la réalisation de moteurs très plats en raison de la longueur de ses développantes. Nous avons donc choisi d'utiliser deux aimants par moteur ($l_a = 24[\text{mm}]$).

A partir de ces considérations et des alimentations disponibles au laboratoire, le cahier des charges suivant a été élaboré :

n	vitesse nominale :	10000	[tpm]
\bar{M}_{ab}	couple mutuel moyen :	30	[mNm]
η_{min}	rendement min. :	80	[%]
$l_{tot max}$	longueur totale max. :	60	[mm]
$d_{tot max}$	diamètre total max. :	40	[mm]
U_{dc}	tension d'alimentation max. :	24	[V]
\hat{I}_{max}	max. de la valeur de crête du courant :	8	[A]

5.2 Choix et optimisation

Afin de démontrer qu'il est possible de réaliser un moteur monophasé ayant un minimum d'oscillations de couple, l'alimentation sinusoïdale a été choisie. Pour éviter de mauvaises surprises dues aux tolérances de fabrication, l'entrefer a été choisi égal à 0.3 [mm]. Ce dernier choix a été motivé par le fait que les tôles devaient initialement être découpées au laser. La culasse rotorique, la cloche et l'axe sont en fer doux tandis que les tôles statoriques sont en fer silicium 1.1 [W/kg] à 1[T]/50[Hz]. Afin de limiter les pertes fer et les risques de saturation, l'induction maximale dans le stator a été fixée à 1.4 [T] et celle dans le rotor à 1.5 [T]. La géométrie du moteur correspond à celle des figures 3.1 et 3.2.

A partir du cahier des charges, le moteur a été optimisé pour avoir le meilleur rendement pour le point de fonctionnement suivant :

n	vitesse nominale :	10000	[tpm]
\bar{M}_{ab}	couple mutuel :	36	[mNm]
P_{mec}	puissance mécanique :	38	[W]
η	rendement :	90	[%]
\hat{U}	valeur de crête de la tension :	16	[V]
I	valeur efficace du courant :	3.6	[A]

Afin de garantir que les aimants conservent leurs propriétés magnétiques¹, l'échauffement du stator a été contraint à une valeur inférieure à 60°. Cette contrainte a limité la densité de courant ($J=8.5$ [A/mm²]) et indirectement le nombre de spires ($N=50$). En effet, la place disponible pour le cuivre est limitée par la surface de l'encoche. La tension maximale du moteur à 10'000 tours par minute est de 16.3 [V]. L'échauffement a été calculé en supposant que le moteur ne peut pas évacuer de chaleur par conduction et que la vitesse du vent circulant dans l'entrefer est égale à la moitié de la vitesse du rotor.

Afin de diminuer le nombre de paramètres variables, donc le temps de calcul, la dissymétrie n'a pas été prise en compte dans le processus d'optimisation. Elle a été dimensionnée par la suite pour le moteur optimal. La dissymétrie choisie est en forme d'arc de cercle, cette forme permet de minimiser l'épaisseur de l'épanouissement (cf. §3.3.4). Afin de déterminer la meilleure dissymétrie, nous avons fait varier ses paramètres (voir figure

¹ B_0 perd 0.2% de sa valeur par °K

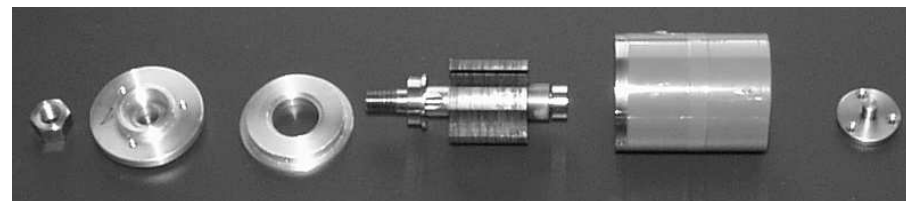


Fig. 5.1: Pièces du moteur monophasé sans bobinage

3.9(b)) et nous avons ensuite trié les résultats obtenus. Les critères de choix ont été les suivants :

- l'angle de déphasage entre couples mutuel et réductant est proche de 45° ;
- le couple réductant se situe entre 20 et 30 [mNm] ;
- le couple mutuel doit être maximum pour un courant donné ;
- la découpe de la dissymétrie doit être la moins profonde possible.

Le choix s'est porté sur une découpe de $r_c=7.3$ [mm] de rayon dont le centre est situé à $y_c=5.3$ [mm] du stator et positionné à $\beta=68^\circ$ du centre d'une des encoches (Fig. 3.9(b)).

Les figures 5.1 à 5.3 montrent le prototype réalisé. Les autres caractéristiques ainsi que les plans du moteur sont donnés à l'annexe C.

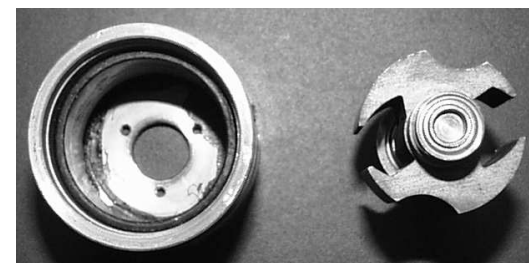


Fig. 5.2: Rotor - Stator

Le bobinage a été réalisé au moyen de deux fils de 0.5 [mm] de diamètre bobinés en parallèle afin d'obtenir la section désirée. Le coefficient de

remplissage choisi ($k_{cu} = 0.3$) s'est avéré bien estimé. Il aurait été difficile de rajouter des spires supplémentaires. Une sonde de Hall analogique a été introduite dans une des encoches du bobinage et une sonde de température a été disposée entre les développantes et le stator.



Fig. 5.3: Moteur monophasé bobiné

5.3 Essais

Un certain nombre d'essais ont été effectués sur le prototype afin de vérifier les différents modèles théoriques. La figure 5.4 montre le banc de test. Sur cette figure, le moteur monophasé est accouplé à un moteur à courant continu utilisé comme charge. Dans un premier temps les caractéristiques principales du moteur ont été mesurées et comparées avec les valeurs calculées.

La résistance mesurée est supérieure ($R=0.25$ [Ω]) à sa valeur calculée ($R=0.2$ [Ω]). Le coefficient k_{sp} destiné à tenir compte de l'arrondi des développantes (3.82) a été choisi égal à 1.3. Une valeur de 2.5 pour ce facteur aurait été plus appropriée. Ceci est dû à la manière dont le bobinage a été effectué. Un bobinage réalisé par un professionnel aurait probablement été plus serré.

L'inductance propre de la bobine est très faible (mesurée : $L \approx 0.7$ [mH], calculée : $L=0.78$ [mH]), elle ne varie pas en fonction de la position du rotor.

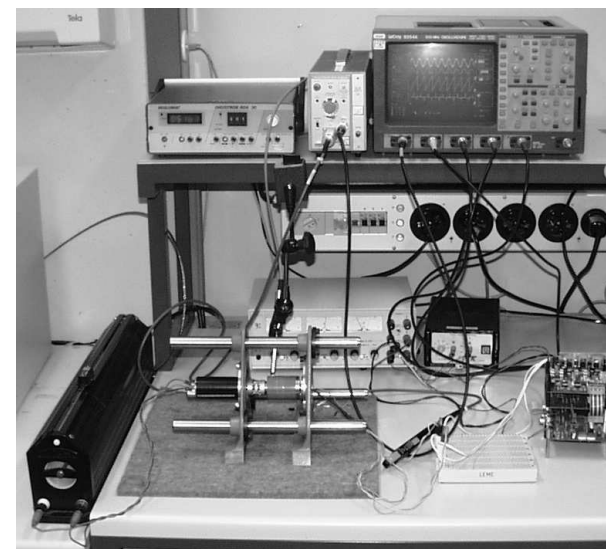


Fig. 5.4: Banc d'essai

Le point de fonctionnement mesuré est le suivant (les valeurs théoriques sont entre parenthèses) :

n	vitesse nominale :	10000 fixé	[tpm]
\bar{M}_{ab}	couple mutuel :	32 (36)	[mNm]
P_{mec}	puissance mécanique :	34 (38)	[W]
η	rendement :	86 (90)	[%]
\hat{U}	valeur de crête de la tension :	16.8 (16)	[V]
I	valeur efficace du courant :	3.6 fixé	[A]

Les résultats obtenus sont assez proches de ceux qui avaient été fixés. Par contre l'échauffement est très faible, il se stabilise à 20° après 15 minutes. Ceci est dû au fait que la plus grande partie de la chaleur peut être dissipée par conduction dans les supports du moteur. Le moteur a été bobiné avec deux fils en parallèle. Les deux bobines formées par ces derniers ont été également connectées en série ($N = 100$, $J = 17$ [A/mm²]) afin de mesurer la puissance maximale qui peut être délivrée par le moteur. Le point de fonctionnement conduisant à un échauffement de 60° du stator

est le suivant :

n	vitesse nominale :	10120	[tpm]
\bar{M}_{ab}	couple mutuel :	54	[mNm]
P_{mec}	puissance mécanique :	57	[W]
η	rendement :	77	[%]
\hat{U}	valeur de crête de la tension :	38	[V]
I	valeur efficace du courant :	3.27	[A]

Des essais plus approfondis ont été réalisés par la suite.

5.3.1 Tension induite

La tension induite a été mesurée aux bornes du moteur monophasé lorsqu'il est entraîné à vitesse constante. La tension induite mesurée à 1000 tours par minute est comparée avec les résultats obtenus à partir du modèle établi au chapitre 3 et avec les résultats d'une simulation par éléments finis (*Flux2d*) (Fig. 5.5).

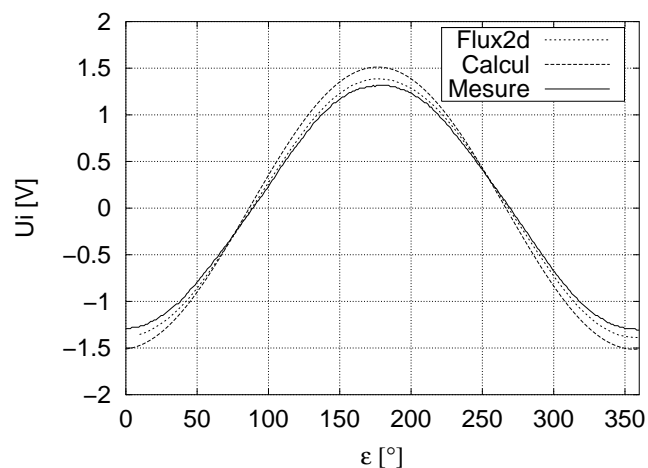


Fig. 5.5: Tension induite à 1000 tours par minute

La perméabilité finie du fer n'a pas été prise en compte dans les calculs

effectués avec notre modèle. Par contre, les caractéristiques des matériaux ont été introduites dans la simulation par éléments finis (*Flux2d*). Les différences entre cette dernière et la pratique sont principalement dues aux causes suivantes :

- les caractéristiques des matériaux ne sont pas forcément connues avec précision (l'aimant est difficile à mesurer) ;
- le jeu entre les tôles statoriques et l'axe qui les supporte n'a pas été pris en compte. Cet entrefer peut conduire à une saturation des tôles dans cette zone ;
- la simulation a été réalisée en deux dimensions, les effets d'extrémité ne sont pas pris en compte ;
- la culasse rotorique a été simulée avec une épaisseur obtenue en multipliant l'épaisseur réelle par le coefficient de détente ($k_d e_{ce}$) afin de lui donner une perméance équivalente à celle qu'elle a en pratique.

Les résultats obtenus montrent que dans le cas d'un moteur non-saturé, la forme de la tension induite peut être obtenue avec précision. Afin d'améliorer la précision sur l'amplitude, l'effet du fer a été approché au moyen du facteur $k_g = 1.08$ (3.46). En introduisant cette grandeur dans le calcul de la tension induite, on obtient d'assez bons résultats comme le montre la figure 5.6. La différence entre les deux courbes est due principalement aux courants de Foucault.

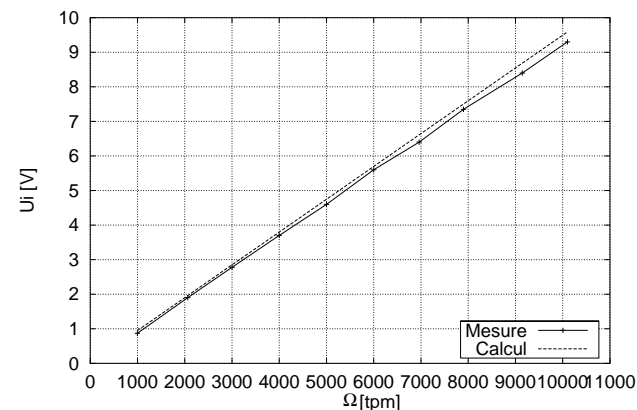


Fig. 5.6: Valeur efficace de la tension induite

5.3.2 Caractéristiques statiques

Les caractéristiques des couples mutuel et réactant ont été mesurées en accouplant le rotor à une sonde capable de mesurer des couples de ± 50 [mNm] et en faisant tourner le stator de manière régulière en fonction du temps. Le couple réactant mesuré est comparé à la figure 5.7 avec les résultats obtenus à partir de notre modèle et d'une simulation par éléments finis. L'origine des ϵ a été choisie en l'une des deux positions stables du rotor. Il est également possible de mesurer le couple total en alimentant le moteur avec un courant constant.

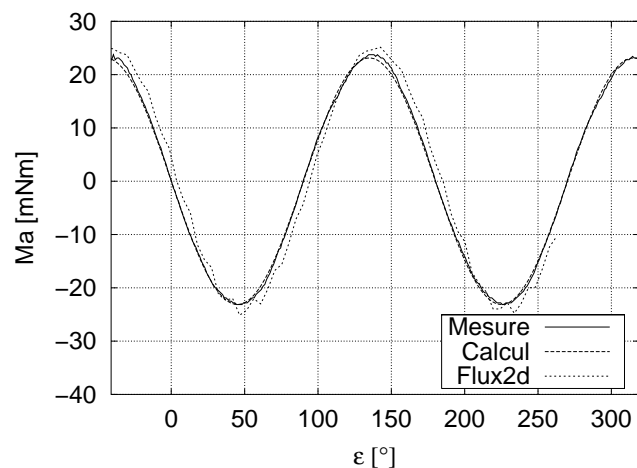


Fig. 5.7: Mesure du couple réactant

Le couple mutuel est obtenu en soustrayant le couple réactant du couple total. Afin de connaître le décalage exact entre ces couples, le courant est interrompu sur la dernière demi-période. La figure 5.8 montre les couples mutuel, réactant et total "mesurés" lorsque le moteur est alimenté par un courant de 1.5 [A]. On remarque un creux sur l'alternance négative du couple mutuel. Ce phénomène est dû à une saturation des épanouissements polaires à cet endroit. A partir des caractéristiques des couples mutuel et réactant, il est possible de déterminer quel épanouissement polaire est saturé. En effet, à cet endroit, la direction de magnétisation de l'aimant

se trouve dans l'axe passant au milieu des encoches. L'épanouissement saturé est celui qui n'est pas découpé par la dissymétrie. La saturation de cet épanouissement se produit en régime génératrice. Ce régime n'est en principe pas utilisé pour ce type de moteur.

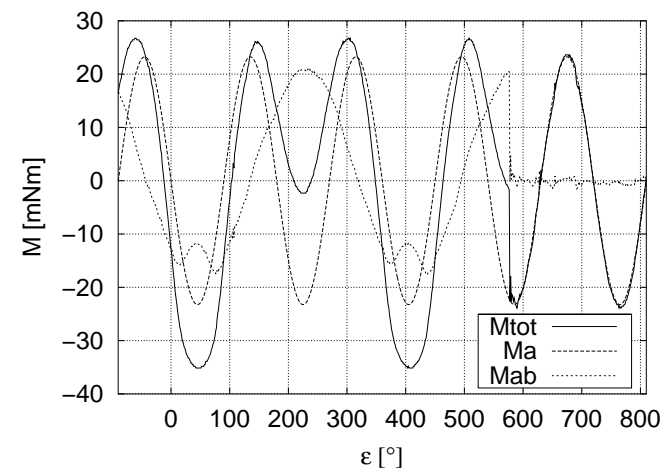
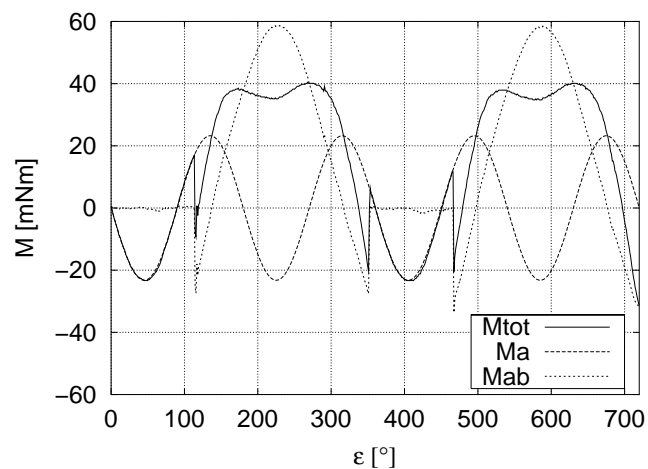
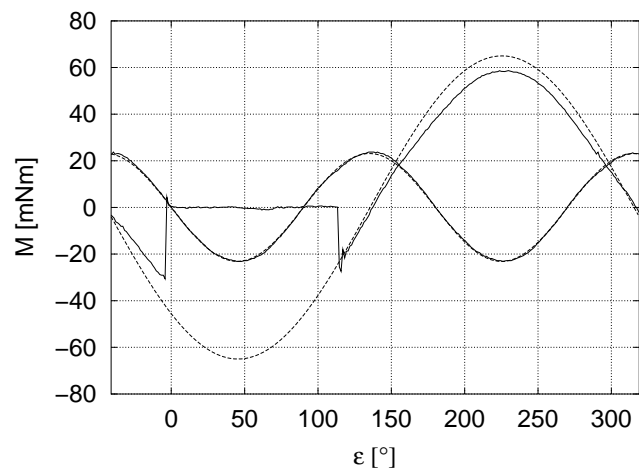


Fig. 5.8: Mesure des couples total / mutuel pour $I=1.5$ [A]

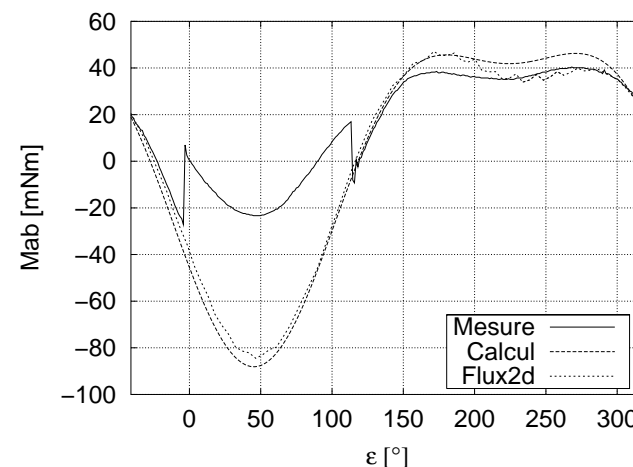
Le capteur ne permet pas de mesurer des couples supérieurs à 50 [mNm], c'est pourquoi cette caractéristique a été mesurée avec un faible courant. Afin de mesurer un couple mutuel pour un régime avoisinant le régime nominal, les alternances positives de ce dernier ont été mesurées avec un courant de 4.5 [A]. La figure 5.9 montre les résultats de cette mesure. Afin de préserver le capteur, le courant a été interrompu durant les alternances négatives. Il n'y a pas de saturation en régime moteur même aux alentours du courant nominal.

Ces mesures sont comparées avec les résultats théoriques (en trait interrompus) à la figure 5.10. Les valeurs théoriques sont obtenues à partir de la méthode du chapitre 2. Une transformation conforme a été utilisée pour calculer la perméance de l'encoche et une approximation droites-cercles pour celle de la dissymétrie.

La figure 5.11 permet d'évaluer la qualité de la simulation par éléments

Fig. 5.9: Mesure des couples total / mutuel pour $I=4.5$ [A]Fig. 5.10: Comparaison calcul - mesure (en trait plein) pour $I=4.5$ [A]

finis en deux dimensions.

Fig. 5.11: Comparaison calcul - mesure - simulation pour $I=4.5$ [A]

Il est relativement facile de calculer les couples mutuel et réactant pour un moteur monophasé bipolaire lorsque ce dernier n'est pas saturé. Malgré la simplicité de la modélisation, le calcul du couple est suffisamment précis, il permet de dimensionner le moteur rapidement et efficacement.

5.3.3 Caractéristique couple-vitesse

La tension continue d'alimentation a été réduite à 15 [V] afin de pouvoir observer la transition entre réglage en tension et réglage en courant aux alentours de 10'000 tours par minute. D'autre part, étant donné les bonnes performances thermiques du moteur, le courant a été limité à 5 A au lieu des 3 A initialement prévus.

Afin de mesurer la caractéristique couple-vitesse, le moteur monophasé a été accouplé à un moteur à courant continu. La première étape a été de mesurer l'effet des pertes fer et des pertes par frottements et ventilation. Pour ce faire, le moteur à courant continu (DC) a été utilisé pour entraîner le

moteur monophasé à vide. Le courant du moteur à courant continu mesuré est proportionnel au couple électromagnétique qu'il délivre. La constante de couple vaut 54 [mNm/A] . La même expérience a été répétée sans moteur monophasé afin de dissocier les pertes liées à chacun des moteurs. Les résultats obtenus sont représentés à la figure 5.12 pour différentes vitesses. Afin de s'affranchir des erreurs de mesure et de permettre un traitement plus aisé, des régressions linéaires ont été effectuées sur ces mesures. La droite en pointillé représente la différence entre les deux courants mesurés. Elle correspond au couple nécessaire pour compenser les pertes fer et les pertes de frottements et ventilation du moteur monophasé. Ce couple est quasiment constant, il est donc difficile de mettre en évidence les pertes fer du moteur par cette méthode. Le couple de frottement correspondant à ce courant est de 3.8 [mNm] .

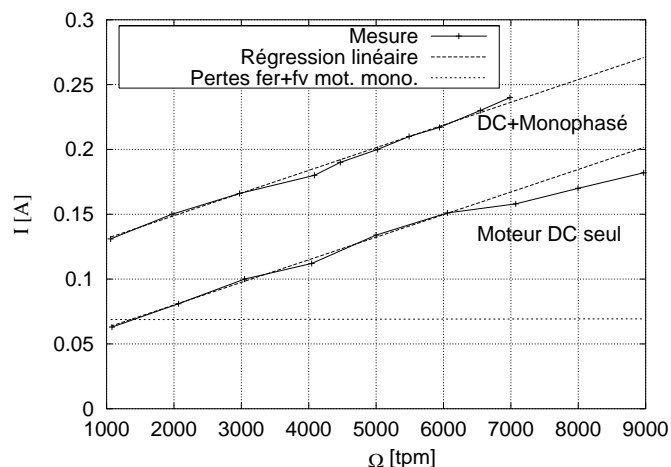
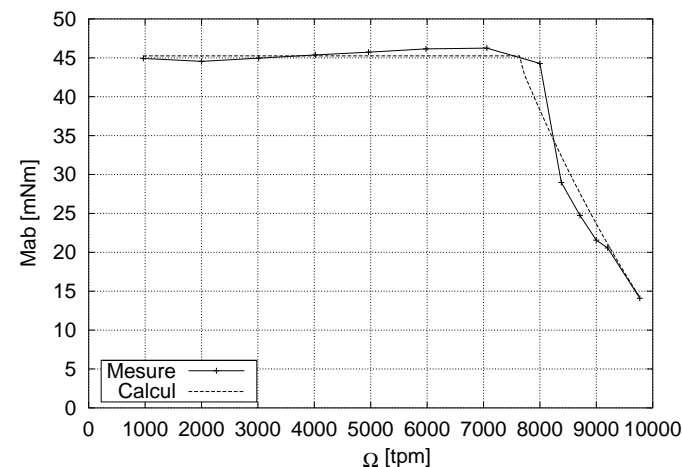


Fig. 5.12: Caractéristiques à vide

Le moteur monophasé a été ensuite utilisé pour entraîner le moteur à courant continu. Ce dernier fonctionnait comme génératrice débitant sur une résistance. Il a été alimenté par un courant sinusoïdal de 5A puis par une tension sinusoïdale (valeur de crête 15 V). Le déphasage entre la grandeur imposée (courant ou tension) et la tension induite a été fixé à zéro dans cet exemple. Le couple a été mesuré par l'intermédiaire du courant

du moteur à courant continu. La figure 5.13 montre la caractéristique de couple obtenue. Le couple représenté comprend le couple de frottement du moteur à courant continu tel que mesuré précédemment (Fig. 5.12). Cette caractéristique mesurée est comparée à celle calculée au chapitre précédent (Fig. 4.11).

Fig. 5.13: Caractéristique de couple $I_{max} = 5\text{[A]}$ $\hat{U} = 15\text{[V]}$

A partir des valeurs mesurées lors de cet essai, il est possible de calculer le rendement du moteur monophasé. Celui-ci est représenté à la figure 5.14.

5.3.4 Oscillations de couple

Les oscillations de couple ont été mesurées indirectement en mesurant les oscillations de vitesse. L'amplitude de ces oscillations peut être obtenue de manière théorique à partir de (4.35). Pour ce faire, on peut décomposer les oscillations en série de Fourier. Considérons par exemple l'harmonique de rang deux correspondant au couple réductant :

$$\Delta M \cos(2\Omega t) = J \frac{d}{dt} [\Delta \Omega \sin(2\Omega t)] = 2J\Omega \Delta \Omega \cos(2\Omega t) \quad (5.1)$$

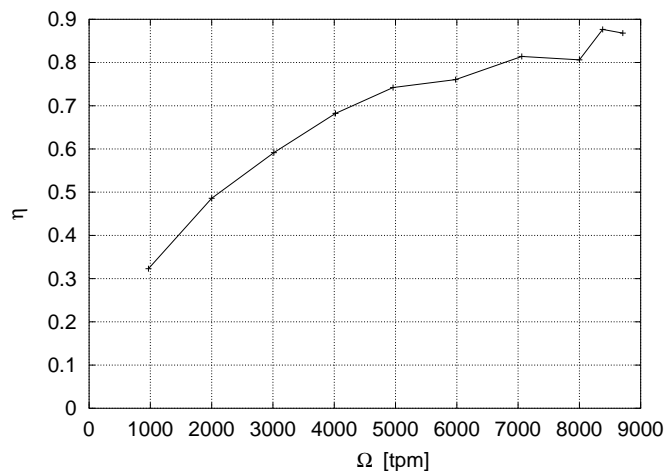


Fig. 5.14: Caractéristique de rendement (alimentation sinusoïdale)

L'amplitude des oscillations de vitesse vaut donc :

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta M \cos(2\Omega t)}{2J\Omega} \quad (5.2)$$

L'amplitude des oscillations de vitesse est inversement proportionnelle à la vitesse à laquelle on les mesure. Ces dernières ne sont donc pas mesurables lorsque la vitesse est élevée. La mesure de ces oscillations a donc été effectuée à 1000 tours par minute. Pour ce faire une dynamo tachymétrique a été accouplée au système composé du moteur monophasé et du moteur de charge. La tension aux bornes de la dynamo a ensuite été décomposée en série de Fourier afin de visualiser les différentes harmoniques et de dissocier les différentes causes d'oscillation. La figure 5.15 représente les résultats de cette décomposition en série de Fourier pour trois courants d'alimentation du moteur monophasé :

- le moteur monophasé n'est pas alimenté ($I=0[A]$), il est entraîné par le moteur à courant continu qui sert habituellement de charge ;
- le moteur est alimenté avec un courant sinusoïdal de manière à créer un couple constant ($I=2[A]$) ;
- le moteur est alimenté avec un courant d'amplitude élevée ($I=5[A]$).

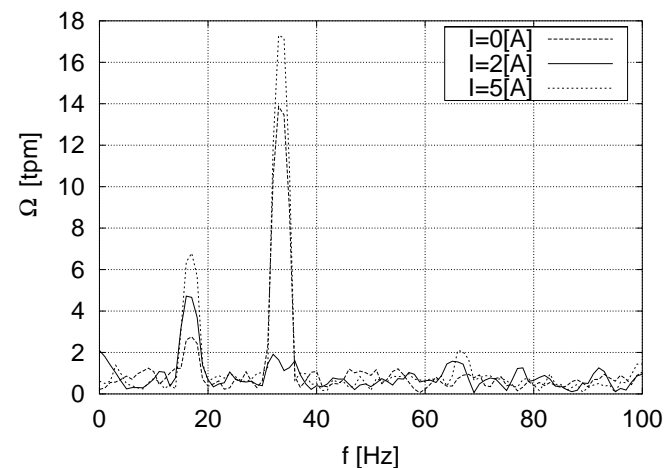


Fig. 5.15: Amplitude des rangs harmoniques des oscillations de vitesse

Les oscillations de vitesse mesurées par la dynamo tachymétrique sont amorties en raison de l'élasticité de l'accouplement utilisé. Les oscillations dues au couple réactant (à vide) ainsi qu'à la pulsation du couple mutuel donnent lieu au deuxième pic de la figure 5.15 (fréquence 33Hz). Le premier pic correspond à des oscillations synchrones avec la vitesse angulaire et proportionnelles au couple transmis entre le moteur et sa charge. Elles sont probablement dues au mauvais alignement des axes des moteurs et à l'élasticité des accouplements. Ce pic ne devrait pas être présent lorsque le moteur se trouve en situation réelle (par exemple pour entraîner un ventilateur ou un disque dur).

On remarque que le deuxième pic de la figure 5.15 a quasiment disparu lorsque l'on alimente le moteur avec un courant de valeur efficace de 2 A. Il est donc possible de limiter considérablement les oscillations de couple d'un moteur monophasé.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué les développements des chapitres précédents à la construction d'un moteur bipolaire à rotor externe. Ce moteur a été dimensionné à l'aide des logiciels de calcul spécifiques. Il a été ensuite simulé à l'aide d'un logiciel de calcul par éléments finis. Il a été enfin construit à l'EPFL.

Des mesures ont été effectuées sur le prototype, parmi elles citons :

- grandeurs électriques, point de fonctionnement ;
- caractéristiques de couples statiques ;
- caractéristique couple-vitesse ;
- oscillations de vitesse.

Ces mesures valident les modèles théoriques utilisés. Elles démontrent en particulier qu'il est possible de supprimer les oscillations de couple pour une valeur donnée de ce dernier.

6. CONCLUSION

Afin de diminuer le prix des moteurs synchrones à aimants permanents de faible puissance, des variantes monophasées ont été imaginées. Ces moteurs se caractérisent par un couple mutuel pulsant qui ne leur permet pas de démarrer à partir de toutes les positions du rotor. Il s'agit donc de positionner le rotor de manière à ce qu'il ne s'arrête jamais dans une position où le couple mutuel est plus faible que le couple résistant. Cette fonction est assurée par le couple réductant (ou couple aimant seul) du moteur. La détermination rapide et précise de la forme de ce couple et de son déphasage avec le couple mutuel constitue un point clé du dimensionnement de ce type de moteur.

La précision du calcul du couple réductant dépend de celle du modèle de l'induction dans l'entrefer du moteur. Il est possible de déterminer précisément l'induction dans l'entrefer d'un moteur lorsque celui-ci n'est pas saturé. Cette détermination peut se faire en deux étapes :

- calcul de l'induction pour une géométrie simplifiée sans encoche. Les aimants sont remplacés par des courants équivalents. L'induction est ensuite calculée en résolvant les équations de Maxwell dans la géométrie simplifiée ;
- calcul de l'induction dans un entrefer équivalent sans aimant à l'aide d'une transformation conforme ou de différences finies.

Le couple réductant peut être obtenu à l'aide de la dérivée de l'énergie magnétique dans l'entrefer. La précision du modèle est maximale lorsque les grandeurs sont calculées dans l'entrefer à une faible distance de la surface de l'aimant. Ce modèle s'applique à tout type de moteur à aimants permanents pour autant que ces derniers soient magnétisés de manière radiale ou parallèle. Il permet également le calcul d'autres grandeurs caractéristiques du moteur comme son couple mutuel.

Le moteur bipolaire à rotor externe choisi pour illustrer la méthodologie de conception se caractérise par sa simplicité de fabrication. Il est possible de

déterminer chacune de ses dimensions de manière précise. Une attention particulière doit être accordée au choix de la dissymétrie nécessaire à son démarrage. Cette dissymétrie peut être :

- une encoche circulaire ;
- une encoche rectangulaire ;
- un épaulement ;
- un entrefer variable de façon continue.

Dans le cas du moteur bipolaire, seules les deux premières variantes sont intéressantes car elles créent un déphasage maximal entre les couples réductant et mutuel avec un impact minimal sur ce dernier.

L'utilisation d'une méthode d'optimisation non-linéaire avec contraintes constitue une amélioration notable dans la conception des moteurs. Cette méthode permet d'obtenir rapidement un moteur optimal remplissant le cahier des charges fixé.

L'alimentation du moteur monophasé peut être réalisée de manière bipolaire ou unipolaire. Cette dernière variante permet d'économiser deux transistors pour le prix d'une bobine supplémentaire.

Afin de pouvoir prévoir le comportement du moteur monophasé en régime dynamique, un modèle analytique et un modèle numérique sommaire ont été développés. Le premier permet de tracer la caractéristique couple-vitesse du moteur en fonction de son alimentation ; le second permet l'analyse du comportement transitoire du moteur et de sa charge.

La position du rotor doit être connue pour réaliser l'auto-commutation du moteur monophasé, pour ce faire on peut utiliser :

- une sonde de Hall analogique ;
- une barrière optique ou une sonde de Hall mise en forme ;
- des spires de mesure ;
- des capteurs indirects.

La première solution a l'avantage d'être très simple à mettre en oeuvre en raison d'une électronique de réglage sommaire. La dernière est particulièrement avantageuse lorsque l'on dispose déjà d'une unité de calcul performante car elle ne nécessite aucun capteur spécifique.

Un prototype a permis de valider les résultats obtenus de manière théorique. Il démontre qu'il est possible de dimensionner un moteur de ce type avec les propriétés suivantes :

- un rendement supérieur à 85% ;

- une vitesse de rotation élevée ;
 - des oscillations de couple faibles autour d'une valeur donnée.
- L'apport original de ce travail peut être résumé par les points suivants :
- structure du moteur bipolaire à rotor externe étudié ;
 - amélioration de la modélisation de l'induction dans l'entrefer et en particulier de la démarche analytique qui la caractérise. La modélisation des aimants à l'aide de courants équivalents dans une géométrie simple a été étendue. Cette méthode permet le calcul de l'induction en tout point de l'entrefer ; elle prend en compte la perméabilité des aimants et leur géométrie particulière. De plus, sa combinaison avec un modèle d'encoche réalisé par transformation conforme est unique ;
 - emploi de relations analytiques et de séries de Fourier permettant un calcul rapide du couple réluctant ;
 - emploi d'une méthode d'optimisation non-linéaire avec contraintes, en tant qu'aide à la conception ;
 - contrôle et limitation des oscillations de couple du moteur.

En outre, la recherche de solutions originales ou la mise à jour de solutions anciennes ont constitué un objectif principal dans la réalisation de ce travail.

Le présent travail ne constitue qu'une *contribution à l'étude des moteurs synchrones monophasés*. Il n'a pas l'ambition d'être exhaustif. Les aspects suivants mériteraient une étude plus approfondie :

- l'étude du moteur bipolaire pourrait être poursuivie dans les domaines mécanique et thermique ;
- le choix des matériaux et l'effet des tolérances de fabrication sur les performances du moteur sont également importants dans l'optique de son industrialisation ;
- lorsque le moteur a plus de deux pôles, le couple réluctant comporte des harmoniques importantes. Un entrefer variant en fonction de la position $\delta(\alpha)$ permet de les estomper. Il serait donc intéressant de trouver une méthode numérique permettant de définir la forme idéale de l'entrefer dans ces cas.

Cette liste pourrait être beaucoup plus longue. En effet, les modèles et les méthodes de calcul utilisés ont été choisis dans l'espoir qu'ils soient appliqués à d'autres problèmes d'électromécanique.

ANNEXES

A. EFFET DE LA PERMÉABILITÉ DE L'AIMANT SUR LE POTENTIEL MAGNÉTIQUE

A.1 Introduction

A la section 2.2.7, le potentiel magnétique créé par un conducteur dans l'entrefer d'un moteur simplifié a été calculé. Dans un premier temps, cette démarche a été effectuée sans tenir compte de la perméabilité de l'aimant ; par la suite, cette dernière a été prise en compte pour le cas particulier d'un moteur à rotor interne. Cette modélisation a été laissée de côté à la section 2.2.8 afin de ne pas alourdir les expressions inutilement. Les résultats des calculs complets tenant compte de la perméabilité de l'aimant sont présentés dans ce qui suit. Les expressions suivantes (modèle complet) ont été utilisées pour effectuer les différentes simulations.

A.2 Équations pour un moteur à rotor interne

Pour toutes les équations de cette section, nous admettrons que :

$$\Delta_{ri} = -d^{4n} + (db)^{2n} - (ad)^{2n} + (ab)^{2n} + \mu_{ra} [d^{4n} + (db)^{2n} - (ad)^{2n} - (ab)^{2n}] \quad (\text{A.1})$$

et

$$n = (2m + 1)p$$

Ces deux dernières expressions définissent des variables auxiliaires qui n'ont aucun sens physique particulier. Les équations présentées ici sont celles du potentiel magnétique dans l'entrefer qui sont les plus utiles.

A.2.1 2p bobines

Dans l'entrefer ($r > c$) :

$$\Theta_\delta = \frac{4pI\mu_{ra}}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{a^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{d^{-2n}\Delta_{ri}} \right) \left(\frac{r^n}{a^n} - \frac{a^n}{r^n} \right) \sin n\xi \cdot \cos n\alpha \quad (\text{A.2})$$

A.2.2 Potentiel magnétique dû aux calottes

On obtient le potentiel magnétique dans l'entrefer remplaçant (2.77) dans (2.75) par :

$$F_1(c) = \frac{\mu_{ra} 2c d^{2n}}{n} \cdot \frac{a^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{\Delta_{ri}} \right) \left(\frac{r^n}{a^n} - \frac{a^n}{r^n} \right) \quad (\text{A.3})$$

A.2.3 Potentiel magnétique dû aux surfaces latérales

Les seules expressions qui changent sont celles des équations (2.83) et (2.85) dont dépendent les équations (2.82), (2.84) et (2.91). D'autre part, le calcul du potentiel magnétique dans l'aimant n'est pas présenté ici ; r est donc toujours plus grand que c :

$$F_5(c) = -\frac{2\mu_{ra}d^{2n} a^n c^n}{\Delta_{ri}} \left(\frac{r^n}{a^n} - \frac{a^n}{r^n} \right) \quad (\text{A.4})$$

A.3 Équations pour un moteur à rotor externe

Pour toutes les équations de cette section, nous admettrons que :

$$\Delta_{re} = d^{4n} + (db)^{2n} - (ad)^{2n} - (ab)^{2n} + \mu_{ra} [-d^{4n} + (db)^{2n} - (ad)^{2n} + (ab)^{2n}] \quad (\text{A.5})$$

et

$$n = (2m + 1)p$$

A.3.1 2p bobines

Dans l'entrefer ($r < c$) :

$$\Theta_\delta = \frac{4p I \mu_{ra}}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{b^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{d^{-2n} \Delta_{re}} \right) \left(\frac{r^n}{b^n} - \frac{b^n}{r^n} \right) \sin n\xi \cdot \cos n\alpha \quad (\text{A.6})$$

A.3.2 Potentiel magnétique dû aux calottes

On obtient le potentiel magnétique dans l'entrefer remplaçant (2.77) dans (2.75) par :

$$F_1(c) = \frac{\mu_{ra} 2c d^{2n}}{n} \cdot \frac{b^n}{c^n} \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{\Delta_{re}} \right) \left(\frac{r^n}{b^n} - \frac{b^n}{r^n} \right) \quad (\text{A.7})$$

A.3.3 Potentiel magnétique dû aux surfaces latérales

Les seules expressions qui changent sont celles des équations (2.83) et (2.85) dont dépendent les équations (2.82), (2.84) et (2.91). D'autre part, le calcul du potentiel magnétique dans l'aimant n'est pas présenté ici ; r est donc toujours plus petit que c :

$$F_4(c) = -\frac{2\mu_{ra} d^{2n} b^n c^n}{\Delta_{re}} \left(\frac{r^n}{b^n} - \frac{b^n}{r^n} \right) \quad (\text{A.8})$$

B. MÉTHODES ALTERNATIVES

B.1 Introduction

Afin de calculer le couple réductant à partir des composantes du schéma magnétique équivalent, la différence de potentiel magnétique due à l'aimant ainsi que sa perméance interne ont été déterminées de manière précise. Cette méthode de calcul du couple a été abandonnée en raison de son manque de fiabilité; les développements qui la composent sont présentés ici à toutes fins utiles.

Une méthode de calcul à partir de l'expression du tenseur de Maxwell a également été développée sans plus de succès.

B.2 Perméance interne et potentiel magnétique de l'aimant

Les lignes de flux dans l'entrefer peuvent être représentées mathématiquement par une famille de courbes. L'expression de cette famille de courbes φ peut être obtenue sous forme implicite à partir de celle du potentiel magnétique telle que calculée précédemment (voir [20] et [11]) :

$$H_r = -\frac{\partial\Theta}{\partial r} = -\frac{\partial\varphi}{r\partial\alpha} \quad (\text{B.1})$$

$$H_\alpha = -\frac{\partial\Theta}{r\partial\alpha} = \frac{\partial\varphi}{\partial r} \quad (\text{B.2})$$

Il s'agit en fait d'une famille de courbes normales à celle des équipotentielles définie par Θ .

Le potentiel magnétique en tout point de l'entrefer d'un moteur sans encoche a été exprimé dans la section 2.2. A partir de ce dernier, il est possible de déterminer les grandeurs qui manquent. Lorsque le moteur est magnétisé radialement, la perméance interne de l'aimant est constante, (2.103) devient :

$$\Delta\Lambda_a(\alpha) = \frac{\mu \Delta A}{e_a} \quad (\text{B.3})$$

le potentiel devient :

$$\Theta_0(\alpha) = \Theta_\delta \frac{\mu_{ra} e_a + \delta}{\delta} \quad (\text{B.4})$$

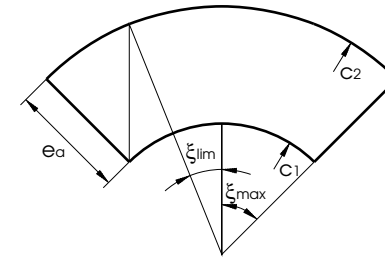


Fig. B.1: Représentation d'un pôle

Lorsque la magnétisation des aimants est parallèle, cette approximation peut aussi être faite, mais elle conduit à des imprécisions. Deux méthodes destinées à améliorer la précision des calculs ont été étudiées :

- la première consiste à approcher les lignes équiflux par des droites parallèles à la direction de magnétisation et à calculer leur longueur en fonction de α . La précision de cette méthode augmente avec le nombre de paires de pôles. La perméance vaut alors (voir figure B.1) :

$$\Delta\Lambda_a(\alpha) = \begin{cases} \frac{\mu \Delta A(\alpha)}{c_2 \cos \alpha - \sqrt{c_2^2((\cos \alpha)^2 - 1) + c_1^2}} & \text{si } \alpha < \xi_{lim} \\ \frac{\Delta A(\alpha) \sin \xi_{max}}{c_2 \sin(\xi_{max} - \alpha)} & \text{si } \alpha > \xi_{lim} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

Pour un moteur à rotor externe, seule la première équation est intéressante. La deuxième caractérise un flux de fuite dont nous ferons l'hypothèse

qu'il ne varie pas en fonction de la position du rotor. Le flux circulant dans le tube de flux est obtenu à partir de (2.104). Le potentiel magnétique $\Theta_0(\alpha)$ est la somme des potentiels consommés : stator - surface de l'aimant et surface de l'aimant - culasse rotorique :

$$\Theta_0(\alpha) = \Theta_\delta(\alpha) + \frac{\Delta\Phi(\alpha)}{\Delta\Lambda_a(\alpha)} \quad (\text{B.6})$$

– la seconde consiste à déterminer φ à partir de (B.1) et de calculer la perméance à partir de l'équation (2.103). Dans la plupart des cas, cette méthode ne peut être appliquée analytiquement ; le cas particulier d'un moteur bipolaire a donc été choisi pour l'illustrer (voir section B.3).

B.3 Cas particulier : moteur bipolaire

Dans la plupart des cas, le moteur est magnétisé de manière parallèle. Il est facile de démontrer que seuls les courants équivalents situés sur les deux calottes apportent une contribution à l'expression du potentiel magnétique¹. D'autre part, l'angle ξ_{max} vaut $\pi/2$ et donc $\sin(n\xi_{max}) = 0$ pour tout n entier. L'équation (2.75) devient :

$$\Theta_{cal}(c) = \frac{B_0}{2\mu_0 \mu_{ra}} F_1(c, n=1) \cos \alpha \quad (\text{B.7})$$

A titre d'exemple, nous donnerons la démarche pour le calcul de la perméance interne et du potentiel magnétique dans le cas d'un moteur à rotor interne. La perméance relative de l'aimant sera également négligée. En remplaçant (2.76), (2.77) et (B.7) dans (2.94), on obtient dans l'entrefer :

$$\Theta_\delta(r, \alpha) = -\frac{B_0(d^2 - b^2) \left(r - \frac{a^2}{r}\right) \cos(\alpha)}{2\mu_0(a^2 - b^2)} \quad (\text{B.8})$$

$$B_{r\delta}(r, \alpha) = \frac{B_0(d^2 - b^2) \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \cos(\alpha)}{2(a^2 - b^2)} \quad (\text{B.9})$$

et dans l'aimant :

$$\Theta_a(r, \alpha) = \frac{B_0 \left(2b^2 \left(r - \frac{a^2}{r}\right) - (d^2 + a^2) \left(r - \frac{b^2}{r}\right)\right) \cos(\alpha)}{2\mu_0(a^2 - b^2)} \quad (\text{B.10})$$

¹ Le produit vectoriel (2.70) est nul pour les surfaces radiales de chaque pôle.

En introduisant cette dernière équation dans (B.1), on obtient :

$$\varphi(r, \alpha) = \frac{\sin(\alpha) B_0 (2b^2r^2 + b^2a^2 - d^2r^2 - d^2b^2 - a^2r^2)}{r \mu_0 (a-b)(a+b)} \quad (\text{B.11})$$

Pour déterminer les points qui se trouvent sur une ligne de flux coupant la surface du rotor en $\alpha = \alpha_e$, il suffit de poser :

$$\varphi(r, \alpha) = \varphi(d, \alpha_e) \quad (\text{B.12})$$

et d'exprimer α en fonction de r :

$$\alpha(r, \alpha_e) = \arcsin \left(\frac{\sin(\alpha_e) (d^2b^2 + b^2a^2 - d^4 - a^2d^2) r}{d(2b^2r^2 + b^2a^2 - d^2r^2 - d^2b^2 - a^2r^2)} \right) \quad (\text{B.13})$$

ce qui permet de tracer les lignes de flux comme le montre la figure B.2. Par la suite, on considérera que chaque ligne de flux coupant la surface

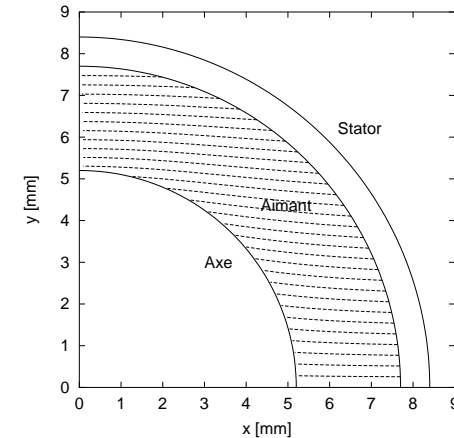


Fig. B.2: Lignes de flux dans l'aimant d'un moteur bipolaire

externe du rotor en (d, α_e) coupe la courbe définie par $\Theta = 0$ en (r_i, α_i) . La perméance est difficile à calculer en raison du terme $\Delta A(s)$. Il est plus

facile de calculer la différence de potentiel magnétique à partir de :

$$\begin{aligned}\Theta_0(\alpha_e) &= \int_{r=r_i}^d \vec{M} \cdot \vec{ds} \\ &= M (d \cos(\alpha_e) - r_i \cos(\alpha_i))\end{aligned}\quad (\text{B.14})$$

r_i est égal à b lorsque la ligne de champ coupe l'axe :

$$\alpha_e < \alpha_l = \arcsin\left(\frac{2db}{d^2 + a^2}\right)\quad (\text{B.15})$$

Si ça n'est pas le cas, il s'agit d'intégrer à partir de l'intersection entre la ligne de champ et la droite $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Ce point est obtenu en posant $\alpha = \frac{\pi}{2}$ dans (B.12) :

$$\begin{aligned}r_i &= \left(\sin(\alpha_e) - \sqrt{\sin^2(\alpha_e) + \frac{4b^2d^2(a^4 - 2b^2a^2 + 2d^2b^2 - d^4)}{(d^2a^2 - b^2a^2 - d^2b^2 + d^4)^2}} \right) \\ &\quad \left(\frac{d^2a^2 - b^2a^2 - d^2b^2 + d^4}{2d(a^2 - 2b^2 + d^2)} \right)\end{aligned}\quad (\text{B.16})$$

L'angle α_i peut être tiré de l'équation (B.13) lorsque la ligne de champ coupe l'axe et il est égal à $\frac{\pi}{2}$ dans le cas contraire. En regroupant ces équations, on obtient l'équation de la différence de potentiel magnétique créée par l'aimant :

$$\Theta_0(\alpha_e > \alpha_l) = \frac{\cos(\alpha_e)(B_0(-3b^2d^2 + b^2a^2 + d^4 + a^2d^2) - d^4 + a^2d^2 + b^2d^2 - b^2a^2)}{\mu_0(a^2 - b^2)2d}\quad (\text{B.17})$$

$$\Theta_0(\alpha_e < \alpha_l) = \Theta_0(\alpha_e > \alpha_l) - \frac{B_0b}{2\mu_0} \sqrt{4 + \frac{(\cos^2(\alpha_e) - 1)(a^2 + d^2)^2}{b^2d^2}}\quad (\text{B.18})$$

La figure B.3 montre la différence de potentiel magnétique $\Theta_0(\alpha)$ sur un quart de tour pour le moteur 2 de l'annexe C. Cette grandeur est comparée avec ce que l'on obtient en considérant les lignes de champ comme étant des droites. On remarque que la courbure des lignes de champs introduit un léger décalage entre les deux courbes. Ce décalage est particulièrement appréciable à l'angle limite (B.15) entre les deux domaines de calcul de Θ_0 .

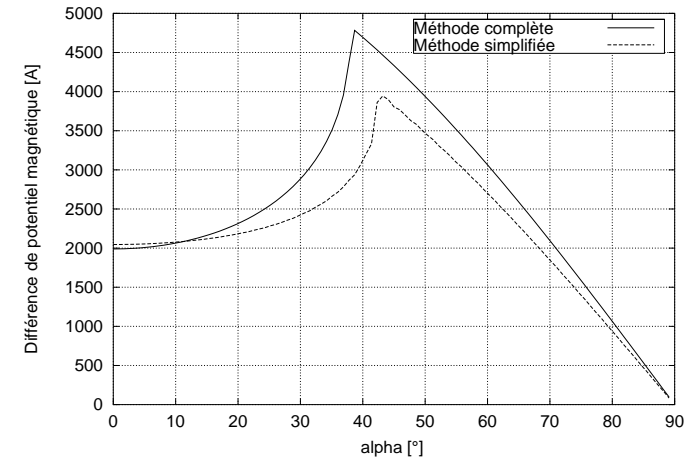


Fig. B.3: Potentiel magnétique $\Theta_0(\alpha)$ du moteur 2

La perméance interne de l'aimant sous sa forme infinitésimale peut être obtenue à partir des équations (2.105), (B.6) et (B.9) :

$$\Delta\Lambda_a(\alpha_e) = \frac{B_{r\delta}(\alpha_e) l_a d \Delta\alpha}{\Theta_0(\alpha_e) - \Theta_\delta(\alpha_e)}\quad (\text{B.19})$$

B.4 Tenseur de Maxwell

La force tangentielle dF_t à un élément de surface dA est égale à [4] :

$$dF_t = \frac{1}{\mu} B_r \cdot B_t \cdot dA\quad (\text{B.20})$$

Le couple peut être obtenu en effectuant l'intégrale sur un tour du produit de cette force par son rayon d'application :

$$M_a = \frac{l_a d^2}{\mu} \int_{\alpha=0}^{2\pi} B_r \cdot B_t \cdot d\alpha\quad (\text{B.21})$$

Cette méthode a été appliquée au moteur 1 de l'annexe C pour une position du rotor correspondant à un extrêmu du couple M_a . Afin de visualiser la précision nécessaire au calcul du couple par la méthode du tenseur de Maxwell, la démarche suivante a été adoptée :

- calcul de l'induction à la surface de l'aimant (voir figures 2.21 et 2.22) ;
- intégration numérique entre 0 et α d'après l'équation (B.21) pour α variant entre 0 et 180° (comme le moteur est symétrique une demi-période suffit) ;
- représentation et comparaison entre les résultats obtenus avec le modèle proposé et ceux obtenus avec une simulation par éléments finis (figure B.4). Le couple s'obtient en multipliant la valeur de l'intégrale en $\alpha = 180^\circ$ par 2.

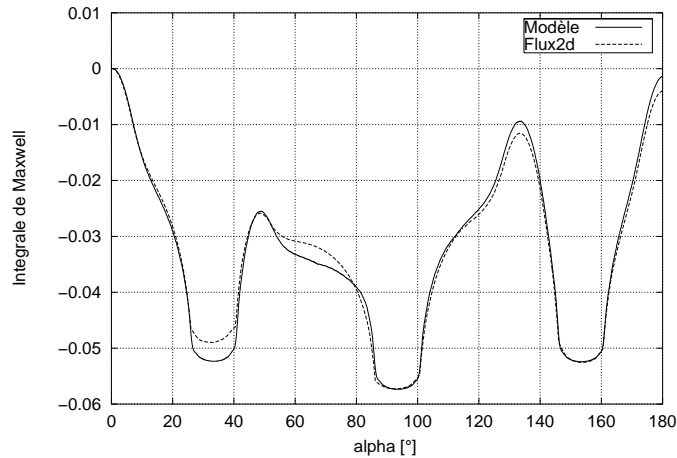


Fig. B.4: Intégrale de la formule de Maxwell

Les figures 2.21 et 2.22 montrent une approximation excellente de l'induction dans l'entrefer. L'intégrale du produit des deux composantes de l'induction est également estimée de manière précise, comme le montre la figure B.4. Cependant, la valeur du couple (en $\alpha = 180^\circ$) est environ trois fois plus petite dans le modèle proposé que celui obtenu avec les éléments finis.

C. DONNÉES TECHNIQUES DES MOTEURS CITÉS EN EXEMPLE

Les caractéristiques du moteur N°2 sont dérivées de celles du moteur N°1 qui est un moteur réel. Seules les données nécessaires de ce dernier ont été fournies par le fabricant. La figure C.1 représente l'allure de ce moteur à rotor interne et à magnétisation parallèle.

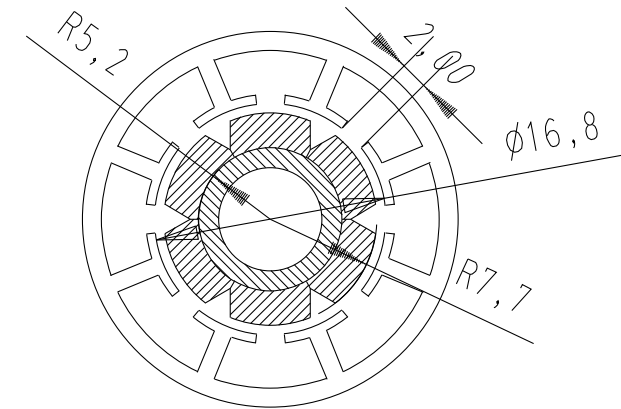


Fig. C.1: Esquisse du moteur 1

Paramètre	Moteur 1	Moteur 2
Nombre de paires de pôles (p) :	3	3
Nombre d'encoches (z) :	8	0
Diamètre d'alésage [mm] :	16.8	16.8
Entrefer (δ) [mm] :	0.7	0.7
Épaisseur d'aimant (e_a) [mm] :	2.5	2.5
Largeur d'encoche [mm] :	2	-
Perméabilité de l'aimant (μ_{ra}) [-] :	1.05	1.0
Induction rémanente (B_0) [T] :	1.07	1.0
Largeur aimant / pas polaire (Ktp) :	0.737	-
Longueur active l_a [mm] :	24	24

C.0.1 Moteur 3

Ce moteur correspond au prototype construit dans le cadre de ce travail. Il s'agit d'un moteur monophasé bipolaire à rotor externe. Les plans comprenant les cotes principales sont donnés aux figures C.3 et C.2. Le bobinage a été réalisé avec deux fils bobinés en parallèle afin d'obtenir la section de cuivre désirée. Les figures 5.1, 5.2 et 5.3 sont des prises de vue

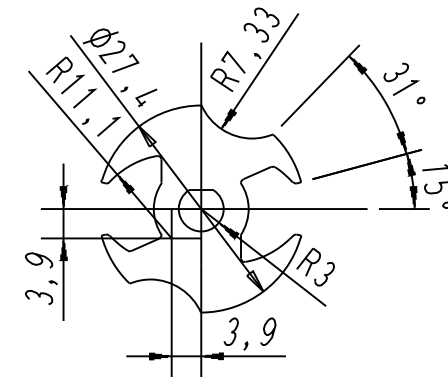


Fig. C.2: Tôle statorique du moteur 3

du prototype réalisé. La figure 5.5 montre l'allure de sa tension induite. Les couples mutuel et réactant sont représentés aux figures 5.9 et 5.7.

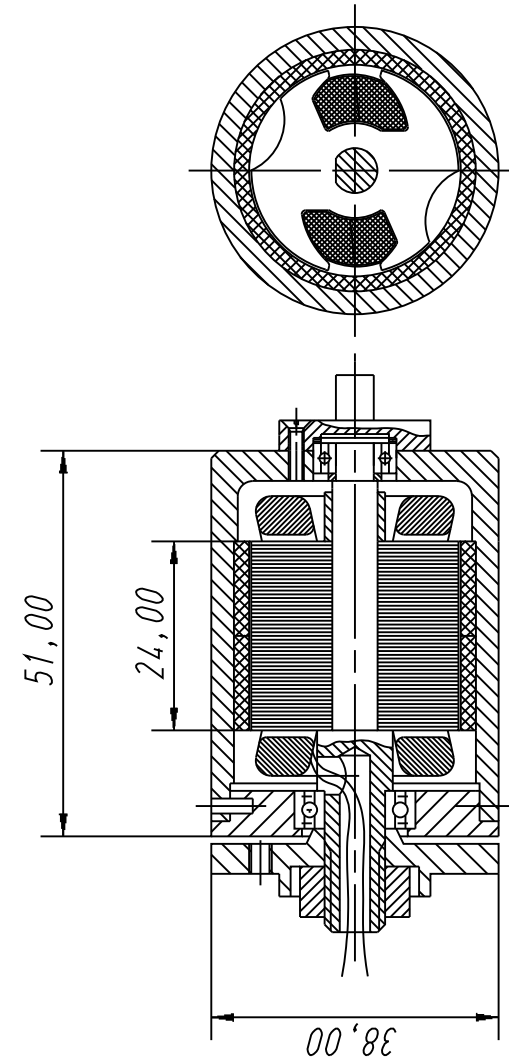


Fig. C.3: Vue d'ensemble du moteur 3

Dimensions principales :

d_{stat}	diamètre du stator	27.4 [mm]
l_a	longueur active	24 [mm]
δ	entrefer	0.3 [mm]
e_a	épaisseur des aimants	2 [mm]
e_{ce}	épaisseur de la culasse rotorique	3 [mm]
e_{cc}	épaisseur de la culasse statorique	10.5 [mm]
N	nombre de spires	50 [-]
d_{fil}	diamètre du fil	2*0.5 [mm] en parallèle
B_0	induction rémanente de l'aimant	0.6 [T]
μ_{ra}	perméabilité relative de l'aimant	1.3 [-]

Caractéristiques principales :

R	résistance	0.25 [Ω]
L	inductance	0.7 [mH]
k_u	coefficient de tension induite	1.28 [mV/tpm]
\widehat{M}_a	valeur de crête du couple réactant	25 [mNm]
J	inertie	$5.2 \cdot 10^{-5}$ [kg m ²]

Point de fonctionnement nominal :

n	vitesse nominale	10000 [tpm]
M_{ab}	couple mutuel	32 [mNm]
P_{mec}	puissance mécanique	34 [W]
η	rendement	86 [%]
\widehat{U}	valeur de crête de la tension	16.8 [V]
I	valeur efficace du courant	3.6 [A]

D. LISTE DES SYMBOLES

a	Longueur	[m]	d_{stat}	Diamètre du stator	[m]
a_n	Coefficient d'une série de Fourier		d_{tot}	Diamètre total du moteur	[m]
A	Point		e_a	Épaisseur d'aimant	[m]
\vec{A}	Densité de courant de surface	[A/m]	e_{cc}	Épaisseur de la culasse interne	[m]
\vec{A}, A	Surface	[m ²]	e_{ce}	Épaisseur de la culasse externe	[m]
A	Fonction de α		e_e	Épaisseur de l'épanouissement	[m]
A_n	Coefficient d'une série de Fourier		e_i	Épaisseur de l'isolant	[m]
b	Longueur	[m]	E_n	Coefficient d'une série de Fourier	
b_n	Coefficient d'une série de Fourier		f, F	Fonction	
b_p	Largeur de l'aimant	[m]	F_n	Coefficient d'une série de Fourier	
B	Point		$F_{1\dots 9}$	Fonctions auxiliaires	
\vec{B}, B	Induction magnétique	[T]	g	Contrainte	
B_0	Induction rémanente	[T]	\vec{H}, H	Champ magnétique	[A/m]
\widehat{B}_0	Induction de référence	[T]	H_0	Champ coercitif	[A/m]
B_n	Coefficient d'une série de Fourier		h	Contrainte	
c, c_1, c_2	Longueurs	[m]	i, I	Courant	[A]
c_n	Coefficient d'une série de Fourier		j	Nombre imaginaire $\sqrt{-1}$	
C	Contour		J	Densité de courant	[A/m ²]
C	Constante		\vec{J}, J	Densité de courant	[A/m ²]
C_{Fouc}	Pourcentage de courants de Foucault	[-]	J	Inertie	[kg m ²]
C_{Hyst}	Pourcentage d'hysteresis dans les pertes	[-]	k	Compteur d'une série	[-]
C_{pertes}	Chiffre de pertes	[W/kg]	k	Coefficient	
C_n	Coefficient d'une série de Fourier		k_0	Rapport entre 0I_r et I	[-]
d	Longueur	[m]	k_{Cu}	Coefficient de remplissage de l'encoche	[-]
d	Densité	[kg/m ³]	k_{sp}	Coefficient d'adaptation de la spire	[-]
d_n	Coefficient d'une série de Fourier		K	Constante	
D	Constante		l	Longueur	[m]
d_{axe}	Diamètre de l'axe du moteur	[m]	l_a	Longueur active du moteur	[m]
D_n	Coefficient d'une série de Fourier		l_d	Longueur occupée par les développantes	[m]
			l_{tot}	Longueur totale	[m]
			L	Inductance propre	[H]
			L_h	Inductance de champ principal	[H]
			m	Compteur d'une série	[-]
			m	Masse	[kg]
			M	Couple	[Nm]
			$M_{f fer}$	Couple de frottement dû aux pertes fer	[Nm]
			\vec{M}	Aimantation	[A/m]
			\vec{n}	Vecteur unitaire normal à une surface	[-]

n	Compteur d'une série	[-]
N	Nombre de spires	[-]
p	Nombre de paires de pôles	[-]
p'	rapport 2p/plus grand diviseur commun (2p,z)	[-]
P	Point	
P	Pertes	
P	Puissance	[W]
\dot{Q}	Flux de chaleur	[W/s]
r	Coordonnée polaire	[m]
r_c	Position de la dissymétrie	[m]
R	Fonction de r	
R	Résistance électrique	[Ω]
R	Résistance thermique	[Ks/W]
R_m	Réductance magnétique	[A/Vs]
\vec{s}, s	Longueur curviligne	[m]
S	Surface	[m ²]
t	Temps	[s]
u, U	Tension	[V]
u_i	Tension induite de mouvement	[V]
T	Température	[K]
v	Vitesse de l'air	[m/s]
W	Énergie	[J]
x	Coordonnée cartésienne	[m]
x_i	Paramètre N°i de l'optimisation	
y	Coordonnée cartésienne	[m]
y_c	Position de la dissymétrie	[m]
z	Coordonnée cartésienne	[m]
z	Nombre complexe correspondant à $x + jy$	
z	Nombre d'encoches	[-]
z'	rapport z/plus grand diviseur commun (2p,z)	[-]
α	Angle	[rad]
α	Coefficient de transfert de chaleur	[W/m ² K]
β	Angle	[rad]
γ	Angle entre les vecteurs \vec{M} et $\vec{d}s$	[rad]
γ	Demi-angle d'ouverture d'encoche du bobinage	[rad]
δ	Entrefer	[m]
Δ	Dénominateur commun (simplification)	
Δ	Accroissement,écart	

ϵ	Position du rotor du moteur	[rad]
ϵ_0	Déphasage courant-tension induite	[rad]
η	Ordonnée dans le plan transformé	[m]
η	Rendement	[-]
θ	Potentiel magnétique	[A]
Θ	Différence de potentiel magnétique	[A]
Θ_0	Différence de potentiel magnétique de l'aimant	[A]
Θ_b	Différence de potentiel magnétique de la bobine	[A]
λ	Conductivité thermique	[W/mK]
Λ	Perméance	[H]
μ	Perméabilité	[Vs/Am]
μ_d	Perméabilité différentielle	[Vs/Am]
μ_r	Perméabilité relative	[-]
μ_{ra}	Perméabilité différentielle relative d'aimant	[-]
μ_0	Perméabilité du vide	[Vs/Am]
ν	Rapport largeur d'encoche / entrefer	[-]
ξ	Angle	[rad]
ξ	Abscisse dans le plan transformé	[m]
φ	Famille de courbe équiflux	
Φ	Flux d'induction magnétique	[Vs]
ρ	Coordonnée polaire	[m]
ρ	Norme du vecteur ζ	[m]
ρ	Résistivité	[Ω m]
ρ	Masse volumique	[kg/m ³]
χ_r	Susceptibilité magnétique relative	[-]
ζ	Nombre complexe correspondant à $\xi + j\eta$	
Ω	Vitesse angulaire du moteur	[rad/s]

Indices :

0	Initial
1, 2	Relatif aux corps 1,2
a	D'aimant
ab	Aimant-bobine (mutuel)
b	De la bobine
c	Du conducteur
cal	Relatif aux calottes de l'aimant
Cu	Du cuivre

<i>DC</i>	Tension/Courant continu
<i>e</i>	Externe
<i>e</i>	Epanouissement
<i>enc</i>	Encoche
<i>eq</i>	Équivalent
<i>fer</i>	Du fer
<i>fs</i>	Frottement sec
<i>fv</i>	Frottement visqueux
<i>h</i>	Solution homogène
<i>i</i>	Interne
<i>i</i>	Composante imaginaire (en sin)
<i>lim</i>	Limite
<i>mag</i>	Magnétique
<i>min</i>	Minimum
<i>max</i>	Maximum
<i>n</i>	Relatif au terme n d'une série
<i>p</i>	Solution particulière
<i>par</i>	Relatif aux surfaces parallèles à \vec{M}
<i>r</i>	Selon la coordonnée r (composante radiale)
<i>r</i>	Du rotor
<i>r</i>	Composante réelle (en cos)
<i>r</i>	Résistant
<i>rad</i>	Relatif aux surfaces radiales de l'aimant
<i>re</i>	Relative
<i>rei</i>	Valeur relative de l'harmonique imaginaire (en sin)
<i>rer</i>	Valeur relative de l'harmonique réelle (en cos)
<i>s</i>	Du stator
<i>s</i>	De la position stable
<i>sp</i>	Spire
<i>th</i>	Thermique
<i>tot</i>	Total
<i>x, y, z</i>	Selon les coordonnées x,y,z
α	Selon la coordonnée α (composante tangentielle)
β	Selon la coordonnée β
δ	D'entrefer
ρ	Selon la coordonnée ρ
σ	De fuite

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. PITTET *Contribution à l'étude des moteurs pas à pas mono-phasés*, thèse EPFL N° 376, Lausanne 1980.
- [2] M. GROSJEAN *Thermodynamique des Systèmes Électromécaniques Conception des Micromoteurs Pas à Pas*, thèse EPFL N° 423, Lausanne 1981.
- [3] P. ROBERT *Traité d'électricité Vol. II : Matériaux de l'électrotechnique*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1989.
- [4] M. JUFER *Traité d'électricité Vol. IX : Transducteurs électromécaniques*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1985.
- [5] J. CHATELAIN *Traité d'électricité Vol. X : Machines électriques*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1983.
- [6] H.-J. PLAUMANN *Zweipoliger Einphasen-Synchronmotor mit hochremanentem Permanentmagnet-Rotor*, *Feinwerktechnik & Messtechnik* 93 (1985) 3 pp. 145-148
- [7] G. ALTENBERND *Actual Aspects of the Development of Fractional Horse-Power Single Phase Synchronous Motors with Permanentmagnetic Rotor* Proceeding of the International Conference on the Evolution and Modern Aspects of Synchronous Machines, Zürich, 1991 pp. 1083-1089
- [8] A. G. JACK *Experience with the Use of Soft Magnetic Composites in Electrical Machines*, Proceeding of the ICEM 98, Istanbul, 1998 pp. 1441-1448.
- [9] F. GARDIOL *Traité d'électricité Vol. III : Électromagnétisme*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1989.
- [10] M. LAKEHAL *Modèles à éléments localisés et méthode des éléments finis en électromécanique*, thèse EPFL N° 566, Lausanne 1985.
- [11] B. HAGUE *The principles of Electromagnetism Applied to Electrical Machines*, Dover, New-York, 1962.
- [12] K. J. BINNS, P.J.LAWRENSEN, C.W.TROWBRIDGE *The analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Fields*, Wiley, Chichester, 1992.
- [13] N. BOULES *Prediction of No-Load Flux Density Distribution in Permanent Magnet Machines*, IEEE Transaction on industry applications vol. 21 May/June 1985 pp. 633-643.
- [14] F. W. CARTER *Note on Air-gap and Interpolar Induction*, Journal of Proceedings of the Institution of Electrical Engineers vol. XXIX 1900 pp. 923-933.
- [15] F. W. CARTER *Air-Gap Induction*, *Electrical World and Engineer* vol XXXVIII, 30.11.1901, pp 884-888.
- [16] K. FREY *Anwendungen der konformen Abbildung auf praktische Probleme des Elektromaschinenbaues*. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Badischen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe IV. Band 1920-1924. Springer, Berlin 1925, pp. 65-182.
- [17] JOHN E. DENNIS, DAVID M. GAY, ROY E. WELSCH *An Adaptive Nonlinear Least-Squares Algorithm*, ACM Transactions on Mathematical Software vol.7, 1981
- [18] T. DRISCOLL *A MATLAB Toolbox for Schwartz-Christoffel Mapping* ACM Transactions on Mathematical Software 22, pp. 168-186, June 1996.
- [19] I. S. GRADSHTEYN, I. M. RYZHIK *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, San Diego 1994.
- [20] K. ARBENZ, A. WOHLHAUSER *Variables Complexes*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1982.
- [21] K. ARBENZ, A. WOHLHAUSER *Compléments d'analyse*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1981.
- [22] QISHAN GU, HONGZHAN GAO *Effect of slotting in PM electric machines* EMPS volume 10, pp 273-284, 1985.
- [23] G. B. THOMAS, R. L. FINNEY *Calculus and Analytic Geometry* Addison-Wesley, 7ème édition, Reading, Massachusetts, 1988.

- [24] C. KOECHLI *Détermination des effets réticulants dans les moteurs synchrones à aimants permanents* Travail pratique de diplôme EPFL, 1995
- [25] W. H. PRESS, W. T. VETTERLING, S. A. TEUKOLSKY, B. P. FLANNERY *NUMERICAL RECIPES in C, The Art of Scientific Computing* Second edition, Cambridge University Press, Cambridge 1997
- [26] J. DONGARRA, A. LUMSDAINE, R. POZO, K. REMINGTON. *A Sparse Matrix Library in C++ for High Performance Architectures*, Proceedings of the Second Object Oriented Numerics Conference, pp. 214-218, 1994.
- [27] R. BARRETT, M. BERRY, T. F. CHAN, J. DEMMEL, J. DONATO, J. DONGARRA, V. EIJKHOUT, R. POZO, C. ROMINE, H. VAN der VORST *Templates for the Solution of Linear Systems : Building Blocks for Iterative Methods, 2nd Edition* SIAM, Philadelphia PA, 1994
- [28] M. LIWSCHITZ, L. MARET *Calcul des machines électriques* vol. 1, Spes S.A., Lausanne, 1967
- [29] K. + R. GIEK, *Formulaire Technique* Giek Verlag, Germering DE, 1990
- [30] Y. PERRIARD *Méthodologie de Conception d'Activateurs pour Ventricule d'Assistance Cardiaque Implantable*, thèse EPFL N° 1085, Lausanne 1992.
- [31] C. PAYCHÈRE *Conception d'Entraînements Électriques Intégrés pour Dispositifs Multi-Axiaux*, thèse EPFL N° 1693, Lausanne 1997.
- [32] M. KUDELSKI *Analyse et Conception de Moteurs Synchrones Chemisés à Commutation Électronique*, thèse EPFL N° 1892, Lausanne 1998.
- [33] J.-C. GIANOLA *Cours de Transmission de Chaleur* Presses Polytechniques Romandes, 1991.
- [34] J. L. ZHOU, A. L. TITS, *An SQP Algorithm for Finely Discretized Continuous Minimax Problems and Other Minimax Problems With Many Objective Functions*, SIAM Journal on Optimization, Vol. 6, No. 2, 1996, pp. 461-487
- [35] H. BUEHLER *Convertisseurs Statiques* Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1991

- [36] C. FLEURY *Modélisation de l'Entraînement Synchrone Autocommuté*, thèse EPFL N° 1428, Lausanne 1995.
- [37] L. CARDOLETTI *Commande et Réglage de Moteurs Synchrones Auto-commutés par des Capteurs Indirects de Position*, thèse EPFL N°1118, Lausanne 1993.
- [38] A. SAPIN *Logiciel Modulaire pour la Simulation et L'Étude des Systèmes d'Entraînement et des Réseaux Électriques*, thèse EPFL N°1346, Lausanne 1995.
- [39] C. KOECHLI *Méthode d'Estimation des Paramètres d'un Moteur Lavet*, rapport interne 96/225, LEME 1996.
- [40] C. KOECHLI *Modélisation et Conception de l'Entraînement d'une Génératrice Horlogère*, rapport interne 97/219, LEME 1997.
- [41] F. BONVIN *Rapport Intermédiaire Smoovy*, rapport interne 99/213, LEME 1999.
- [42] M. JUFER *Modelling and Optimum Design of Motors and Electric Drives*, Proceedings of the 6th ELECTRIMAC, Lisbonne, 1999.
- [43] L. KAELIN *Moteur monophasé pour l'entraînement de disques durs*, Travail pratique de diplôme EPFL, 1997.

CURRICULUM VITAE

Nom : KOECHLI
Prénom : Christian
Date de naissance : 10 mai 1971
Nationalité : Suisse
État civil : marié

Formation

1990 - 1995 Études d'ingénieur à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne
1995 Obtention du diplôme d'ingénieur Électricien
1995 - 1999 Assistant au Laboratoire d'Électromécanique et de Machines
Électriques de l'EPFL

Publications

M. JUFER, C. KOECHLI, *Microgénératrice*, journée d'étude de la Société Suisse de Chronométrie, 1997.

C. KOECHLI, M. JUFER, Y. PERRIARD, *One Phase PM Brushless DC Motor Analysis*, Proceedings of the IMCSD, San José CA, 1998.

C. KOECHLI, Y. PERRIARD, M. JUFER, *One Phase Brushless DC Motor Analysis*, Proceedings of the ICEM, Istanbul, 1998.